

Aufgabe 1

A1, 1/2

$$1) f_y = \frac{F_y \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I_z} = \frac{2000 \text{ N} \cdot (4000 \text{ mm})^3}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 11 \cdot a^4} = \frac{1154401 \text{ mm}^5}{a^4} \quad (1)$$

$$f_z = \frac{F_z \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I_y} = \frac{4000 \text{ N} \cdot (4000 \text{ mm})^3}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{101}{4} \cdot a^4} = \frac{1005815 \text{ mm}^5}{a^4} \quad (1)$$

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = 8 \text{ mm}$$

$$\sqrt{\left(\frac{1154401 \text{ mm}^5}{a^4}\right)^2 + \left(\frac{1005815 \text{ mm}^5}{a^4}\right)^2} = 8 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{a^4} \cdot 1531112 \text{ mm}^5 = 8 \text{ mm}$$

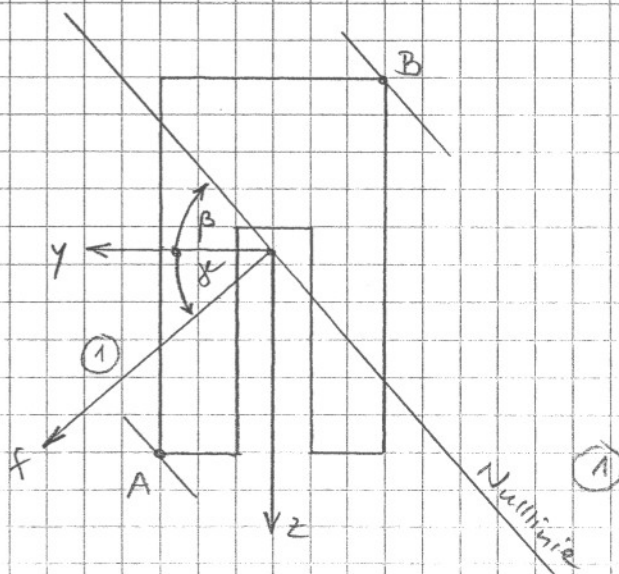
$$a = \sqrt[4]{\frac{1531112 \text{ mm}^5}{8 \text{ mm}}} = 20,92 \text{ mm} \quad (1)$$

$$2) \tan \mu = \frac{f_z}{f_y} = \frac{F_z \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \frac{48 \cdot E \cdot I_z}{F_y \cdot l^3} = \frac{F_z}{F_y} \cdot \frac{I_z}{I_y}$$

$$\tan \mu = \frac{4000 \text{ N}}{2000 \text{ N}} \cdot \frac{11 \cdot a^4}{\frac{101}{4} \cdot a^4} = 0,8713$$

$$\mu = 41,06^\circ \quad (1)$$

3)



$$\beta = 90^\circ - \mu \quad (1)$$

$$\beta = 90^\circ - 41,06^\circ = 48,94^\circ$$

$$4) \quad y_A = 1,5 \cdot 22 \text{ mm} = 33 \text{ mm}$$

$$z_A = 2,75 \cdot 22 \text{ mm} = 60,5 \text{ mm}$$

$$y_B = -1,5 \cdot 22 \text{ mm} = -33 \text{ mm}$$

$$z_B = -2,25 \cdot 22 \text{ mm} = -49,5 \text{ mm}$$

$$I_y = \frac{101}{4} \cdot (22 \text{ mm})^4 = 5914964 \text{ mm}^4$$

$$I_z = 11 \cdot (22 \text{ mm})^4 = 2576816 \text{ mm}^4$$

$$M_{by} = \frac{4000 \text{ N} \cdot 4000 \text{ mm}}{4} = 4 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

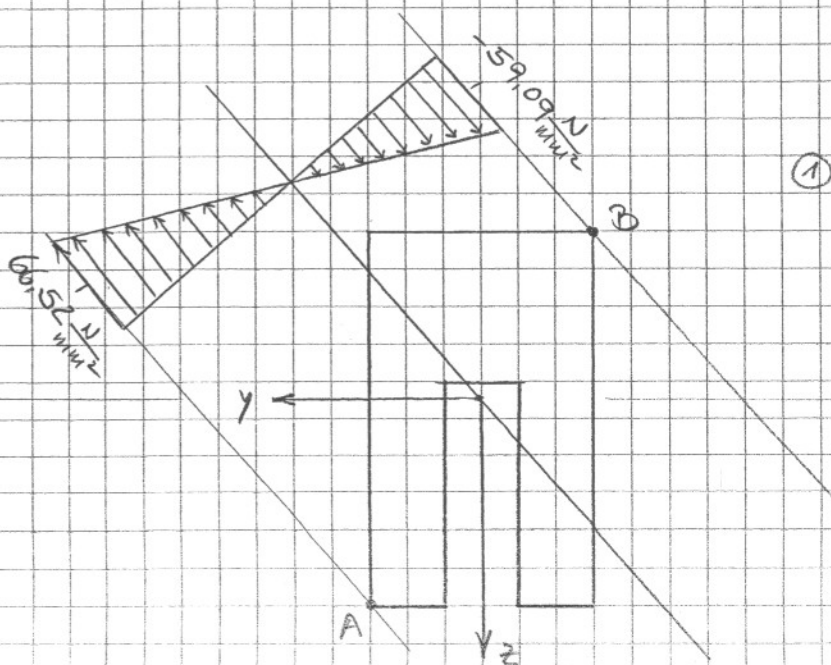
$$M_{bz} = -\frac{2000 \text{ N} \cdot 4000 \text{ mm}}{4} = -2 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\sigma_b^A = \frac{4 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{5914964 \text{ mm}^4} \cdot 60,5 \text{ mm} - \frac{(-2 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm})}{2576816 \text{ mm}^4} \cdot 33 \text{ mm}$$

$$\sigma_b^A = 66,52 \text{ N/mm}^2 \quad (1)$$

$$\sigma_b^B = \frac{4 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{5914964 \text{ mm}^4} \cdot (-49,5 \text{ mm}) - \frac{(-2 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm})}{2576816 \text{ mm}^4} \cdot (-33 \text{ mm})$$

$$\sigma_b^B = -59,09 \text{ N/mm}^2 \quad (1)$$



Aufgabe 2

zu 1)

a) Bereich 1

$$A_{\text{m}} = \frac{\pi \cdot (37,5 \text{ mm})^2}{2} + 75 \text{ mm} \cdot 38 \text{ mm} = 5059 \text{ mm}^2 \quad (1)$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_T}{2 \cdot A_{\text{m}} \cdot t_{\text{min}}} = \frac{150 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}}{2 \cdot 5059 \text{ mm}^2 \cdot 4 \text{ mm}} = 3,71 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (1)$$

b) Bereich 2

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_T}{I_T} \cdot t_{\text{max}}$$

$$I_{T2} = \frac{1}{3} \cdot (5 \text{ mm})^3 \cdot (\pi \cdot 37,5 \text{ mm} + 2 \cdot 40 \text{ mm}) = 8242 \text{ mm}^4 \quad (1)$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{50 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}}{8242 \text{ mm}^4} \cdot 5 \text{ mm} = 30,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (1)$$

$$\text{zu 2)} \quad T = \tau \cdot t = 3,71 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 4 \text{ mm} = 14,84 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad (1)$$

zu 3)

$$\text{Bereich 1: } \frac{I_{T1}}{I_T} = \frac{4 \cdot A_{\text{m}}^2}{\oint \frac{ds}{t}}$$

$$\oint \frac{ds}{t} = \frac{1}{5 \text{ mm}} \cdot (\pi \cdot 37,5 \text{ mm} + 2 \cdot 38 \text{ mm}) + \frac{1}{4 \text{ mm}} \cdot 75 \text{ mm}$$

$$\oint \frac{ds}{t} = 57,51$$

$$I_{T1} = \frac{4 \cdot (5059 \text{ mm}^2)^2}{57,51} = 1780106 \text{ mm}^4 \quad (1)$$

$$\varphi_B = \frac{150 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot 2000 \text{ mm}}{8,1 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 1780106 \text{ mm}^4} = 2,08 \cdot 10^{-3}$$

$$\varphi_B = 0,119^\circ \quad (1)$$

$$\varphi_C = \varphi_B + \frac{M_{TC}}{G \cdot I_{T2}} \cdot l_2$$

$$\varphi_C = 2,08 \cdot 10^{-3} + \frac{50 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot 1000 \text{ mm}}{8,1 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 8242 \text{ mm}^4} = 0,0769$$

$$\varphi_C = 4,41^\circ \quad (1)$$

zu 4) $\varphi_C = \varphi_B + \frac{M_{TC}}{G \cdot I_{T2}} \cdot l_2 = \frac{3^\circ}{180^\circ} \cdot \pi$

$$\frac{M_{TC}}{G \cdot I_{T2}} \cdot l_2 = \frac{3^\circ}{180^\circ} \cdot \pi - 2,08 \cdot 10^{-3} = 0,05028$$

$$I_{T2} = \frac{50 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot 1000 \text{ mm}}{8,1 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0,05028} = 12277 \text{ mm}^4 \quad (1)$$

$$I_{T2} = \frac{1}{3} \cdot t^3 \cdot (\pi \cdot 37,5 \text{ mm} + 2 \cdot 40 \text{ mm}) = 12277 \text{ mm}^4$$

$$t^3 = \frac{3 \cdot 12277 \text{ mm}^4}{197,81 \text{ mm}} = 186,19 \text{ mm}^3$$

$$t = 5,71 \text{ mm} \quad (1)$$

Aufgabe 3

$$I_y = I_z = \frac{29}{12} \cdot (3\text{cm})^4 = 195,75\text{cm}^4$$

$$C_W = 1 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$\delta = \frac{1 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot (2000\text{mm})^3}{2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 195,75 \cdot 10^4 \text{mm}^4} = 19,46$$

Knickbedingung

$$2 \cdot x^3 + 19,46 \cdot \tan x - 19,46 \cdot x = 0$$

$$f(2,8) = -17,502$$

$$f(3,2) = 4,402$$

$$\frac{\Delta x}{17,502} = \frac{0,4}{21,904}$$

$$\Delta x = 0,320$$

$$x_{\text{neu}} = 3,120$$

$$f(3,120) = -0,393$$

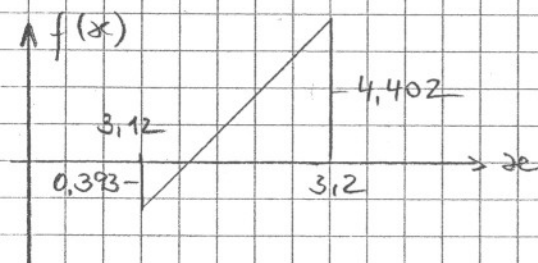
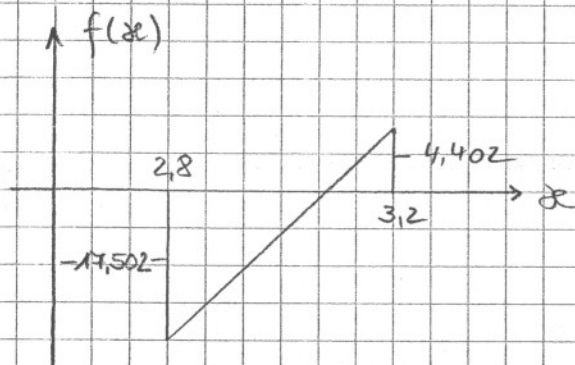
$$\frac{\Delta x}{0,393} = \frac{0,08}{4,795}$$

$$\Delta x = 0,007$$

$$x_{\text{neu}} = 3,127$$

$$f(x_{\text{neu}}) = 0,01 \approx 0$$

$$x = \sqrt{\frac{F_k}{E \cdot I}} \cdot l$$



A3, 2/2

$$\overline{F_K} = \frac{x^2 \cdot E \cdot I}{l^2} = \frac{3,127^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 195,75 \cdot 10^4 \text{mm}^4}{(2000 \text{mm})^2}$$

$$\overline{F_K} = 1004886 \text{ N}$$

$$F = E \cdot A \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$A = 5 \cdot a^2 = 5 \cdot (30 \text{mm})^2 = 4500 \text{mm}^2$$

$$F = 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 4500 \text{mm}^2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1} \cdot 30 \text{K}$$

$$F = 340200 \text{ N}$$

$$\nu_K = \frac{\overline{F_K}}{F} = \frac{1004886 \text{ N}}{340200 \text{ N}} = 2,95$$

$$2) \quad \frac{E \cdot I \cdot \pi^2}{S_K^2} = \overline{F_K}$$

$$S_K = \sqrt{\frac{E \cdot I \cdot \pi^2}{\overline{F_K}}} = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 195,75 \cdot 10^4 \text{mm}^4 \cdot \pi^2}{1004886 \text{ N}}}$$

$$S_K = 2009 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{S_K}{i} ; i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{195,75 \cdot 10^4 \text{mm}^4}{4500 \text{mm}^2}} = 20,86 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{2009 \text{ mm}}{20,86 \text{ mm}} = 96,30$$

$\lambda = 96,30 > \lambda_{\text{grenz}} = 85 \Rightarrow$ elastische Rechnung o. K.