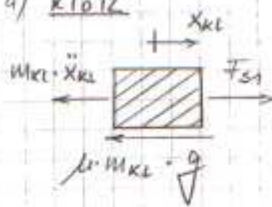


Zu 1

a) Klotz

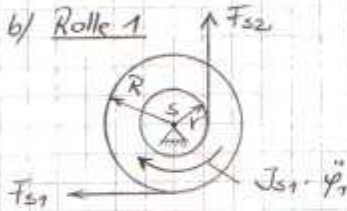


$$\sum F_{ix} = 0$$

$$F_{s1} - m_{kl} \cdot \ddot{x}_{kl} - \mu \cdot m_{kl} \cdot g = 0 \quad (1)$$

$$F_{s1} = m_{kl} \cdot \ddot{x}_{kl} + \mu \cdot m_{kl} \cdot g \quad (1)$$

b) Rolle 1

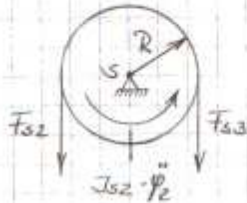


$$\sum M_{is} = 0$$

$$F_{s1} \cdot R + J_{s1} \cdot \ddot{\varphi}_1 - F_{s2} \cdot r = 0$$

$$F_{s1} = F_{s2} \cdot \frac{r}{R} - \frac{J_{s1}}{R} \cdot \ddot{\varphi}_1 \quad (2)$$

c) Rolle 2

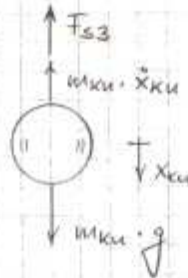


$$\sum M_{is} = 0$$

$$F_{s2} \cdot R + J_{s2} \cdot \ddot{\varphi}_2 - F_{s3} \cdot R = 0 \quad (1)$$

$$F_{s2} = F_{s3} - \frac{J_{s2}}{R} \cdot \ddot{\varphi}_2 \quad (3)$$

d) Kugel



$$\sum F_{ix} = 0$$

$$F_{s3} = m_{ku} \cdot g - m_{ku} \cdot \ddot{x}_{ku} \quad (4) \quad (1)$$

e) Kinematik

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{\ddot{x}_{kl}}{R} ; \quad \ddot{\varphi}_1 \cdot r = \ddot{\varphi}_2 \cdot R ; \quad \ddot{x}_{ku} = \ddot{\varphi}_2 \cdot R = \ddot{x}_{kl} \cdot \frac{r}{R}$$

$$\ddot{\varphi}_2 = \ddot{\varphi}_1 \cdot \frac{r}{R} = \ddot{x}_{kl} \cdot \frac{r}{R^2} \quad (5) \quad (1)$$

zu 1)

$$C = \frac{12 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 2 \cdot 328 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 \cdot (6000 \text{ mm})^3}{(3000 \text{ mm})^3 \cdot (3000 \text{ mm})^2 \cdot (3 \cdot 6000 \text{ mm} + 3000 \text{ mm})}$$

$$C = 699,73 \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 699,73 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad (1)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{699,73 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{300 \text{ kg}}} = 48,30 \frac{1}{\text{s}} \quad (1)$$

$$\text{zu 2/} \quad n = 700 \text{ min}^{-1}$$

$$\Omega = 700 \text{ min}^{-1} \cdot \frac{2\pi}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} = 73,30 \frac{1}{\text{s}} \quad (1)$$

$$\eta = \frac{73,30 \frac{1}{\text{s}}}{48,30 \frac{1}{\text{s}}} = 1,52 \quad (1)$$

$$\hat{w} = \frac{1,52^2}{\sqrt{(1-1,52^2)^2 + 4 \cdot 0,03^2 \cdot 1,52^2}} \cdot \frac{0,4 \text{ kg} \cdot \text{m}}{300 \text{ kg}} \quad (1)$$

$$\hat{w} = 0,00235 \text{ m} = 2,35 \text{ mm} \quad (1)$$

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{2 \cdot 0,03 \cdot 1,52}{1-1,52^2}\right) = -\arctan(-0,0696)$$

$$\varphi = -3,072 \quad (1)$$

$$w(t) = 2,35 \text{ mm} \cdot \sin\left(73,30 \frac{1}{\text{s}} \cdot t - 3,072\right) \quad (1)$$

zu 3/

$$\frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4 \cdot 0,03^2 \cdot \eta^2}} \cdot \frac{m_u \cdot r_u}{m_{\text{ges}}} = w_{\text{max}} = 0,002 \text{ m}$$

$$\frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4 \cdot 0,03^2 \cdot \eta^2}} = 0,002 \text{ m} \cdot \frac{300 \text{ kg}}{0,4 \text{ kg} \cdot \text{m}} = 1,500$$

$$\frac{\eta^4}{(1-\eta^2)^2 - 0,0036 \cdot \eta^2} = 2,25$$

$$\eta^4 = 2,25 \cdot (1 - 2 \cdot \eta^2 + \eta^4) + 0,0081 \cdot \eta^2$$

$$\eta^4 = 2,25 - 4,50 \cdot \eta^2 + 2,25 \cdot \eta^4 + 0,0081 \cdot \eta^2$$

$$1,25 \cdot \eta^4 - 4,4919 \cdot \eta^2 + 2,25 = 0$$

$$\eta^4 - 3,594 \cdot \eta^2 + 1,80 = 0$$

$$\xi_{1/2} = 1,797 \pm \sqrt{1,797^2 - 1,80}$$

$$\xi_1 = 2,992 ; \xi_2 = 0,6015$$

$$\eta_1 = 1,730 ; \eta_2 = 0,776 \quad (5)$$

$$n_u = 0,776 \cdot 48,30 \frac{1}{s} \cdot \frac{60 \frac{s}{\text{min}}}{2\pi} = 358 \text{ min}^{-1}$$

$$n_o = 358 \text{ min}^{-1} \cdot \frac{1,730}{0,776} = 798 \text{ min}^{-1} \quad (1)$$

$$\frac{1536 \cdot E \cdot I_y}{l^3} = \frac{1536 \cdot 0,7 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 4 \cdot 10^4 \text{mm}^4}{(2000 \text{mm})^3} \quad A3, 1/2$$

$$\frac{1536 \cdot E \cdot I_y}{l^3} = 537,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 537600 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\det \begin{bmatrix} 537600 - \omega^2 \cdot 460 & \omega^2 \cdot 90 \\ \omega^2 \cdot 180 & 537600 - \omega^2 \cdot 230 \end{bmatrix} = 0$$

$$(537600 - \omega^2 \cdot 460) \cdot (537600 - \omega^2 \cdot 230) - \omega^4 \cdot 16200 = 0$$

$$537600^2 - 537600 \cdot \omega^2 \cdot (230 + 460) + \omega^4 \cdot 460 \cdot 230 - \omega^4 \cdot 16200 = 0$$

$$89600 \cdot \omega^4 - (230 + 460) \cdot 537600 \cdot \omega^2 + 537600^2 = 0$$

$$\omega^4 - 4140 \omega^2 + 3225600 = 0$$

$$\omega_{1/2}^2 = 2070 \pm \sqrt{2070^2 - 3225600}$$

$$\omega_1^2 = 2070 - 1029 = 1041 \frac{1}{\text{s}^2}; \quad \omega_1 = 32,26 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega_2^2 = 2070 + 1029 = 3099 \frac{1}{\text{s}^2}; \quad \omega_2 = 55,67 \frac{1}{\text{s}}$$

1. Eigenvektor

$$\begin{bmatrix} 58740 & 93690 \\ 187380 & 298170 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{n1} \\ w_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$58740 \cdot w_{n1} + 93690 \cdot w_{n2} = 0 \quad (\text{obere Gleichung})$$

$$w_{n2} = -0,63 \cdot w_{n1}$$

$$187380 \cdot w_{n1} + 298170 \cdot w_{n2} = 0 \quad (\text{untere Gleichung})$$

$$w_{n2} = -0,63 \cdot w_{n1}$$

$$\underline{w}_1 = \begin{bmatrix} w_{n1} \\ w_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,63 \end{bmatrix}$$

2. Eigenvektor

$$\begin{bmatrix} -887940 & 278910 \\ 557820 & -175170 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_{21} \\ W_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

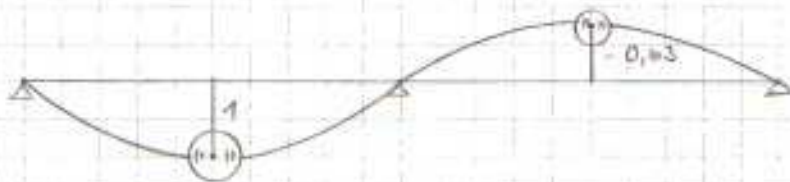
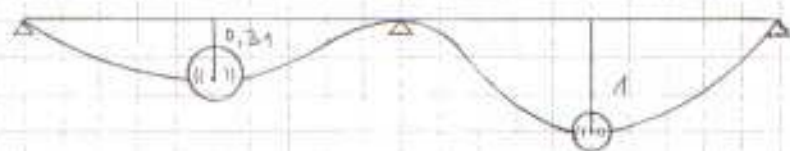
$$-887940 \cdot W_{21} + 278910 \cdot W_{22} = 0 \quad (\text{obere Gleichung})$$

$$W_{21} = 0,31 \cdot W_{22}$$

$$557820 \cdot W_{21} - 175170 \cdot W_{22} = 0 \quad (\text{untere Gleichung})$$

$$W_{21} = 0,31 \cdot W_{22}$$

$$\underline{W}_2 = \begin{bmatrix} W_{21} \\ W_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,31 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Darstellung der Eigenvektoren1. Eigenvektor2. Eigenvektor

f) Lösung

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \quad m_{KL} \cdot \ddot{x}_{KL} + \mu \cdot m_{KL} \cdot g = F_{S2} \cdot \frac{r}{R} - \frac{J_{S1}}{R} \cdot \ddot{\varphi}_1 \quad \textcircled{6}$$

$$\textcircled{4} \text{ in } \textcircled{3} \quad F_{S2} = m_{KU} \cdot g - m_{KU} \cdot \ddot{x}_{KU} - \frac{J_{S2}}{R} \cdot \ddot{\varphi}_2 \quad \textcircled{7}$$

$$\textcircled{7} \text{ in } \textcircled{6} \quad m_{KL} \cdot \ddot{x}_{KL} + \mu \cdot m_{KL} \cdot g = m_{KU} \cdot g \cdot \frac{r}{R} - m_{KU} \cdot \ddot{x}_{KU} \cdot \frac{r}{R} - \frac{J_{S2}}{R^2} \cdot r \cdot \ddot{\varphi}_2 - \frac{J_{S1}}{R} \cdot \ddot{\varphi}_1$$

$$\text{mit } \textcircled{5} \quad m_{KL} \cdot \ddot{x}_{KL} + \mu \cdot m_{KL} \cdot g = m_{KU} \cdot g \cdot \frac{r}{R} - m_{KU} \cdot \ddot{x}_{KL} \cdot \frac{r^2}{R^2} - \frac{J_{S2}}{R^2} \cdot r \cdot \ddot{x}_{KL} \cdot \frac{r}{R^2} - \frac{J_{S1}}{R} \cdot \frac{\ddot{x}_{KL}}{R}$$

$$m_{KL} \cdot \ddot{x}_{KL} + \mu \cdot m_{KL} \cdot g = m_{KU} \cdot g \cdot \frac{r}{R} - m_{KU} \cdot \ddot{x}_{KL} \cdot \frac{r^2}{R^2} - \frac{J_{S2}}{R^4} \cdot r^2 \cdot \ddot{x}_{KL} - \frac{J_{S1}}{R^2} \cdot \ddot{x}_{KL}$$

$$m_{KL} \cdot \ddot{x}_{KL} + \mu \cdot m_{KL} \cdot g = m_{KU} \cdot g \cdot \frac{r}{R} - m_{KU} \cdot \ddot{x}_{KL} \cdot \frac{r^2}{R^2} - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \ddot{x}_{KL} \cdot \frac{r^2}{R^2} - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \ddot{x}_{KL}$$

$$\ddot{x}_{KL} \cdot \left(m_{KL} + m_{KU} \cdot \frac{r^2}{R^2} + \frac{1}{2} \cdot m_1 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \frac{r^2}{R^2} \right) = m_{KU} \cdot g \cdot \frac{r}{R} - \mu \cdot m_{KL} \cdot g$$

$$\ddot{x}_{KL} = \frac{m_{KU} \cdot g \cdot \frac{r}{R} - \mu \cdot m_{KL} \cdot g}{m_{KL} + m_{KU} \cdot \frac{r^2}{R^2} + \frac{1}{2} \cdot m_1 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \frac{r^2}{R^2}}$$

$$\ddot{x}_{KL} = \frac{50 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} - 0,2 \cdot 60 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{60 \text{ kg} + 50 \text{ kg} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ kg} + \frac{1}{2} \cdot 15 \text{ kg} \cdot \frac{1}{4}} \quad \textcircled{5}$$

$$\ddot{x}_{KL} = 1,51 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x_{ku} = 1,51 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{2} = 0,76 \frac{m}{s^2} \quad (1)$$

$$\text{zu 2) } F_{s1} = 60 \text{ kg} \cdot 1,51 \frac{m}{s^2} + 0,2 \cdot 60 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2}$$

$$F_{s1} = 208,32 \text{ N} \quad (1)$$

$$\text{zu 3) } E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_{KL} \cdot \dot{x}_{KL}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{KH} \cdot \dot{x}_{KH}^2 + \frac{1}{4} m_1 \cdot R^2 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{4} m_2 \cdot R^2 \cdot \dot{\varphi}_2^2$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_{KL} \cdot \dot{x}_{KL}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{KH} \cdot \dot{x}_{KL}^2 \cdot \frac{r^2}{R^2} + \frac{1}{4} m_1 \cdot R^2 \cdot \frac{\dot{x}_{KL}^2}{R^2} + \frac{1}{4} m_2 \cdot R^2 \cdot \dot{x}_{KL}^2 \cdot \frac{r^2}{R^4}$$

$$E_{kin} = \dot{x}_{KL}^2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot m_{KL} + \frac{1}{8} \cdot m_{KH} + \frac{1}{4} \cdot m_1 + \frac{1}{16} \cdot m_2 \right)$$

$$\dot{x}_{KL} (t=4s) = 1,51 \frac{m}{s^2} \cdot 4s = 6,04 \frac{m}{s} \quad (1)$$

$$E_{kin} = \left(6,04 \frac{m}{s} \right)^2 \cdot \left(30 \text{ kg} + \frac{50 \text{ kg}}{8} + 5 \text{ kg} + \frac{15 \text{ kg}}{16} \right)$$

$$E_{kin} = 1539 \text{ N} \cdot m = 1539 \text{ J} \quad (3)$$