

1) Kinematik

$$\varphi_{\text{Rolle}} = \frac{x_K}{R} ; \dot{\varphi}_{\text{Rolle}} = \frac{\dot{x}_K}{R}$$

$$x_Z = x_K \cdot \frac{r}{R} ; \dot{x}_Z = \dot{x}_K \cdot \frac{r}{R}$$

Lage 1: Ausgangslage

$$E_{\text{PL1}} = 0$$

$$E_{\text{PF1}} = 0$$

$$E_{\text{K1}} = 0$$

Lage 2: Klotz hat Wegstrecke $x_K = 2\text{m}$ zurückgelegt

$$E_{\text{PL2}} = -m_K \cdot g \cdot x_K \cdot \sin \alpha + m_Z \cdot g \cdot x_K \cdot \frac{r}{R}$$

$$E_{\text{PF2}} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot x_K^2$$

$$E_{\text{K2}} = \frac{1}{2} \cdot m_K \cdot \dot{x}_K^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{\text{SR}} \cdot \dot{\varphi}_R^2 + \frac{1}{2} \cdot m_Z \cdot \dot{x}_Z^2$$

$$E_{\text{K2}} = \frac{1}{2} \cdot m_K \cdot \dot{x}_K^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot \dot{x}_K^2 + \frac{1}{2} \cdot m_Z \cdot \dot{x}_K^2 \cdot \frac{r^2}{R^2}$$

$$\text{Energieverluste: } E_a = \mu \cdot m_K \cdot g \cdot x_K \cdot \cos \alpha$$

$$\text{Energiesatz: } E_2 = E_1 - E_a$$

$$-m_K \cdot g \cdot x_K \cdot \sin \alpha + m_Z \cdot g \cdot x_K \cdot \frac{r}{R} + \frac{1}{2} \cdot c \cdot x_K^2 + \frac{1}{2} \cdot m_K \cdot \dot{x}_K^2 + \frac{1}{4} \cdot m_R \cdot \dot{x}_K^2 + \frac{1}{2} \cdot m_Z \cdot \dot{x}_K^2 \cdot \frac{1}{4} + \mu \cdot m_K \cdot g \cdot x_K \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot m_K + \frac{1}{4} \cdot m_R + \frac{1}{8} \cdot m_Z \right) \cdot \dot{x}_K^2 = m_K \cdot g \cdot x_K \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot m_Z \cdot g \cdot x_K \cdot \frac{r}{R} - \frac{1}{2} \cdot c \cdot x_K^2 - \mu \cdot m_K \cdot g \cdot x_K \cdot \cos \alpha$$

$$\dot{x}_K = \sqrt{\frac{m_K \cdot g \cdot x_K \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot m_Z \cdot g \cdot x_K - \frac{1}{2} \cdot c \cdot x_K^2 - \mu \cdot m_K \cdot g \cdot x_K \cdot \cos \alpha}{\frac{1}{2} \cdot m_K + \frac{1}{4} \cdot m_R + \frac{1}{8} \cdot m_Z}}$$

$$\dot{x}_K = \sqrt{\frac{1471,5 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} - 294,3 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} - 400 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} - 509,74 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}}{75 \text{ kg} + 5 \text{ kg} + 3,75 \text{ kg}}}$$

$$\dot{x}_K = 1,79 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

zu 2) Lage 3: $x_K = x_{K\max}$

$$E_{PL3} = -m_K \cdot g \cdot x_{K\max} \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} \cdot m_Z \cdot g \cdot x_{K\max}$$

$$E_{PF3} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot x_{K\max}^2$$

$$E_{K3} = 0$$

$$E_a = \mu \cdot m_K \cdot g \cdot x_{K\max} \cdot \cos \alpha$$

$$-m_K \cdot g \cdot x_{K\max} \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} \cdot m_Z \cdot g \cdot x_{K\max} + \frac{1}{2} \cdot c \cdot x_{K\max}^2 + \mu \cdot m_K \cdot g \cdot x_{K\max} \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot c \cdot x_{K\max} = m_K \cdot g \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot m_Z \cdot g - \mu \cdot m_K \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$x_{K\max} = \frac{2 \cdot (m_K \cdot g \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot m_Z \cdot g - \mu \cdot m_K \cdot g \cdot \cos \alpha)}{c}$$

$$x_{K\max} = \frac{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (150 \text{ kg} \cdot 0,5 - \frac{1}{2} \cdot 30 \text{ kg} - 0,2 \cdot 150 \text{ kg} \cdot \cos 30^\circ)}{200 \frac{\text{N}}{\text{m}}}$$

$$x_{\max} = 3,34 \text{ m}$$

zu 3) $E_K(x_K) = m_K \cdot g \cdot x_K \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot m_Z \cdot g \cdot x_K$

$$- \frac{1}{2} \cdot c \cdot x_K^2 - \mu \cdot m_K \cdot g \cdot x_K \cdot \cos \alpha$$

(siehe Punkt 1)

Maximum: $\frac{dE_k}{dx_k} = 0$

A1, 3/3

$$m_k \cdot g \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot m_z \cdot g - c \cdot x_k - \mu \cdot m_k \cdot g \cdot \cos \alpha = 0$$

$$x_k = \frac{m_k \cdot g \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot m_z \cdot g - \mu \cdot m_k \cdot g \cdot \cos \alpha}{c}$$

$$x_k = \frac{9,81 \frac{m}{s^2} \cdot (150 kg \cdot 0,5 - 0,5 \cdot 30 kg - 0,2 \cdot 150 kg \cdot \cos 30^\circ)}{200 \frac{N}{m}}$$

$$x_k = 1,67 m$$

$$E_{kmax} = 150 kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 1,67 m \cdot 0,5 - \frac{1}{2} \cdot 30 kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 1,67 m - \frac{1}{2} \cdot 200 \frac{N}{m} \cdot (1,67 m)^2 - 0,2 \cdot 150 kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 1,67 m \cdot \cos 30^\circ$$

$$E_{kmax} = 278,44 N \cdot m$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left(-\frac{h}{T} \cdot t + h \right) \cdot dt$$

$$a_0 = -\frac{h}{T^2} \cdot \int_0^T t \cdot dt + \frac{h}{T} \cdot \int_0^T dt$$

$$a_0 = -\frac{h}{T^2} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^T + \frac{h}{T} \cdot t \Big|_0^T = -\frac{h}{2} + h$$

$$a_0 = \frac{h}{2}$$

$$a_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T \left(-\frac{h}{T} \cdot t + h \right) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = -\frac{2 \cdot h}{T^2} \cdot \int_0^T t \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt + \frac{2 \cdot h}{T} \cdot \int_0^T \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = -\frac{2 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t)}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{t \cdot \sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t)}{k \cdot \omega} \right] \Big|_0^T$$

$$+ \frac{2 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t) \Big|_0^T$$

$$a_k = -\frac{2 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot 2\pi)}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{T \cdot \sin(k \cdot 2\pi)}{k \cdot \omega} - \frac{1}{k^2 \omega^2} \right]$$

$$+ \frac{2 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \left[\sin(k \cdot 2\pi) - \sin(0) \right]$$

$$a_k = 0$$

$$b_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T \left(-\frac{h}{T} \cdot t + h \right) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$b_k = -\frac{2 \cdot h}{T^2} \cdot \int_0^T t \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt + \frac{2 \cdot h}{T} \cdot \int_0^T \sin(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

A2/2/3

$$b_k = -\frac{2 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t)}{k^2 \cdot \omega^2} - \frac{t \cdot \cos(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t)}{k \cdot \omega} \right]_0^T$$

$$- \frac{2 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \cos(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t) \Big|_0^T$$

$$b_k = -\frac{2 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\sin(k \cdot 2\pi)}{k^2 \cdot \omega^2} - \frac{T \cdot \cos(k \cdot 2\pi)}{k \cdot \omega} - 0 \right]$$

$$= -\frac{2 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot [\cos(k \cdot 2\pi) - 1]$$

$$b_k = \frac{2 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{T \cdot 1}{k \cdot \frac{2\pi}{T}} = \frac{h}{k \cdot \pi}$$

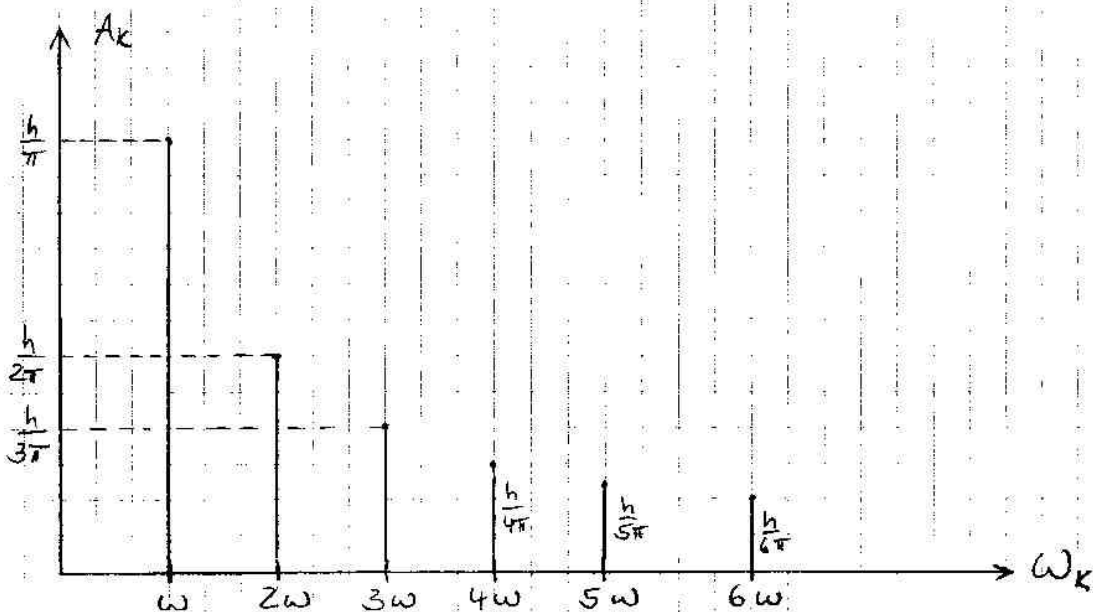
Fourierreihe

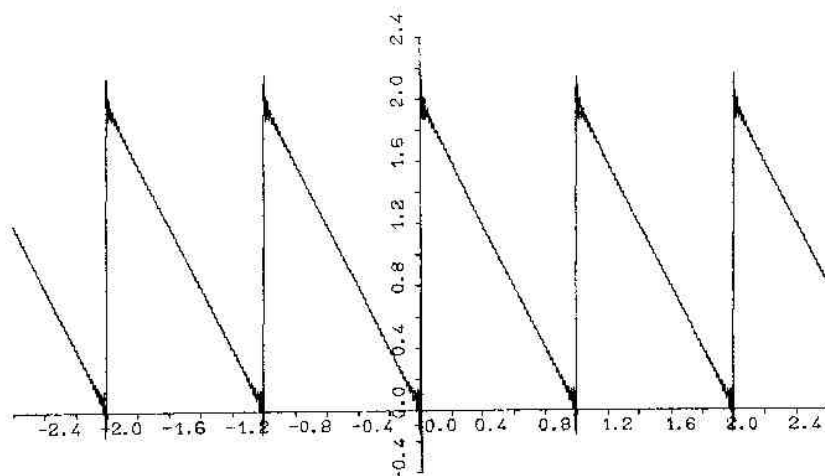
$$y(t) = \frac{h}{2} + \frac{h}{\pi} \cdot \left[\sin(\omega \cdot t) + \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) + \frac{1}{3} \cdot \sin(3 \cdot \omega \cdot t) + \frac{1}{4} \cdot \sin(4 \cdot \omega \cdot t) + \dots \right]$$

Amplitudenspektrum

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \text{mit} \quad a_k = 0$$

$$A_k = \sqrt{b_k^2} = |b_k|$$





$h = 2.0$; 50 Harmonische
 $T = 1.0$

AS, 1/2

$$1/ \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c_{ges}}{m_{ges}}} = \sqrt{\frac{600000 \text{ N/m}}{400 \text{ kg}}}$$

$$\omega_0 = 38,73 \frac{1}{s}$$

$$2/ \quad \Omega = \frac{590 \text{ min}^{-1} \cdot 2\pi}{60 \frac{s}{min}} = 61,78 \frac{1}{s}$$

$$\eta = \frac{\Omega}{\omega_0} = \frac{61,78 \text{ s}^{-1}}{38,73 \text{ s}^{-1}} = 1,595$$

$$\hat{x} = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta^2}} \cdot \frac{m_u \cdot r_u}{m_{ges}}$$

$$2 \text{ mm} = \frac{1,595^2}{\sqrt{(1-1,595^2)^2 + 4 \cdot D^2 \cdot 1,595^2}} \cdot \frac{0,5 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot \text{mm}}{400 \text{ kg}}$$

$$\frac{2,544}{\sqrt{2,384 + 10,176 \cdot D^2}} = \frac{2 \text{ mm} \cdot 400 \text{ kg}}{500 \text{ kg} \cdot \text{mm}} = 1,6$$

$$1,6^2 \cdot (2,384 + 10,176 \cdot D^2) = 2,544^2$$

$$1,6^2 \cdot 10,176 \cdot D^2 = 2,544^2 - 1,6^2 \cdot 2,384 = 0,3689$$

$$D = \sqrt{\frac{0,3689}{1,6^2 \cdot 10,176}} = 0,12$$

$$d = 2 \cdot D \cdot m \cdot \omega_0 = 2 \cdot 0,12 \cdot 400 \text{ kg} \cdot 38,73 \text{ s}^{-1} = 3718 \frac{\text{kg}}{s}$$

$$3/ \quad \varphi = -\arctan\left(\frac{2 \cdot D \cdot \eta}{1 - \eta^2}\right)$$

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{2 \cdot 0,12 \cdot 1,595}{1 - 1,595^2}\right) = -\arctan(-0,2477)$$

$$\phi = -2,899$$

$$x(t) = 2 \text{ mm} \cdot \sin\left(61,78 \frac{1}{s} \cdot t - 2,899\right)$$

$$4) \quad \overline{F}_d = d \cdot \dot{x}$$

$$d = 3718 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\overline{F}_d = 3718 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \dot{x}$$

$$\dot{x} = 2 \text{ mm} \cdot 61,78 \frac{1}{s} \cdot \cos\left(61,78 \frac{1}{s} \cdot t - 2,899\right)$$

$$\overline{F}_d = 3718 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0,002 \text{ m} \cdot 61,78 \frac{1}{s} \cdot \cos\left(61,78 \frac{1}{s} \cdot t - 2,899\right)$$

$$\overline{F}_{d\text{max}} = 459,4 \text{ N}$$

$$5) \quad V_D = \frac{\sqrt{1 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta^2}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta^2}}$$

$$V_D = \frac{\sqrt{1 + 4 \cdot 0,12^2 \cdot 1,595^2}}{\sqrt{(1 - 1,595^2)^2 + 4 \cdot 0,12^2 \cdot 1,595^2}} = \frac{1,071}{1,591}$$

$$V_D = 0,673$$

$$\overline{F}_B = 0,673 \cdot 0,5 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \left(61,78 \frac{1}{s}\right)^2 = 1284 \text{ N}$$