

Aufgabe 1

A1/1/2

zu 1)

$$J_{s1} = \frac{1}{2} \cdot 150 \text{ kg} \cdot (0,3 \text{ m})^2 = 6,75 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

①

$$J_{s2} = \frac{1}{2} \cdot 120 \text{ kg} \cdot (0,3 \text{ m})^2 = 5,40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Lage 1: Ausgangslage

$$E_{K1} = 0 ; E_{PL1} = 0 ; E_{PF1} = 0$$

①

Lage 2: Kugel hat Wegstrecke $s = 2 \text{ m}$ zurückgelegt

$$E_{K2} = \frac{1}{2} \cdot m_K \cdot v_K^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{s1} \cdot \omega_1^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{s2} \cdot \omega_2^2$$

$$\omega_1 = \frac{v_K}{r} ; \omega_2 = \frac{v_K}{R} \quad \text{①}$$

$$E_{K2} = \frac{1}{2} \cdot m_K \cdot v_K^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{s1} \cdot \frac{v_K^2}{r^2} + \frac{1}{2} \cdot J_{s2} \cdot \frac{v_K^2}{R^2}$$

$$E_{K2} = \frac{1}{2} \cdot 200 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 6,75 \text{ kg} \cdot \left(\frac{2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,2 \text{ m}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 5,40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \left(\frac{2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,3 \text{ m}}\right)^2 = 857,5 \text{ N} \cdot \text{m} \quad \text{①}$$

$$E_{PL2} = - m_K \cdot g \cdot s_1 = - 200 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m} = - 3924 \text{ N} \cdot \text{m} \quad \text{①}$$

$$E_{PF2} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \left(s_1 \cdot \frac{R}{r}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \left(2 \text{ m} \cdot \frac{0,3 \text{ m}}{0,2 \text{ m}}\right)^2 = 4,5 \text{ m}^2 \cdot c \quad \text{①}$$

Energiesatz $E_2 = E_1$

$$857,5 \text{ N} \cdot \text{m} - 3924 \text{ N} \cdot \text{m} + 4,5 \text{ m}^2 \cdot c = 0$$

$$c = \frac{3924 \text{ N} \cdot \text{m} - 857,5 \text{ N} \cdot \text{m}}{4,5 \text{ m}^2} = 681,4 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad \text{①}$$

zu 2)

A1, 2/2

$$a) \frac{1}{2} \cdot \left(m_k + \frac{J_{s1}}{r^2} + \frac{J_{s2}}{R^2} \right) \cdot v_k^2 = m_k \cdot g \cdot s - \frac{1}{2} \cdot c \cdot \left(\frac{R}{r} \right)^2 \cdot s^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(200 \text{ kg} + \frac{6,75 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{(0,2 \text{ m})^2} + \frac{5,40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{(0,3 \text{ m})^2} \right) \cdot v_k^2 = 200 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot s - \frac{1}{2} \cdot 700 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{9 \text{ m}^2}{4 \text{ m}^2} \cdot s^2$$

$$214,38 \text{ kg} \cdot v_k^2 = 1962 \text{ N} \cdot s - 787,5 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot s^2$$

$$v_k = \sqrt{9,15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot s - 3,67 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot s^2} \quad (2)$$

$$b) v_k' = \frac{9,15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 7,34 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot s}{\sqrt{9,15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot s - 3,67 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot s^2}} = 0$$

$$7,34 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot s = 9,15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$s = \frac{9,15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{7,34 \frac{1}{\text{s}^2}} = 1,25 \text{ m} \quad (2)$$

$$v_{k\max} = \sqrt{9,15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,25 \text{ m} - 3,67 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot (1,25 \text{ m})^2}$$

$$v_{k\max} = 2,39 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (1)$$

$$c) v_k = 0$$

$$9,15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot s_{\max} - 3,67 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot s_{\max}^2 = 0$$

$$s_{\max} = \frac{9,15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{3,67 \frac{1}{\text{s}^2}} = 2,50 \text{ m} \quad (1)$$

Aufgabe 2

42, 1/3

1) $y(t) = y(-t) \Rightarrow y(t)$ ist eine gerade Funktion
 $b_k = 0$

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} y(t) \cdot dt$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} \frac{8 \cdot h}{T} \cdot t \cdot dt + \frac{2}{T} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} \left(-\frac{4 \cdot h}{T} \cdot t + 3 \cdot h \right) \cdot dt$$

$$a_0 = \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^{\frac{T}{4}} - \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} + \frac{6 \cdot h}{T} \cdot t \Big|_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}}$$

$$a_0 = \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{T^2}{32} - \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \left(\frac{T^2}{8} - \frac{T^2}{32} \right) + \frac{6 \cdot h}{T} \cdot \frac{T}{4}$$

$$a_0 = \frac{h}{2} - \frac{3}{4} \cdot h + \frac{3}{2} \cdot h = -\frac{1}{4} \cdot h + \frac{3}{2} \cdot h$$

$$a_0 = \frac{5}{4} \cdot h$$

$$a_k = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} y(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} \frac{8 \cdot h}{T} \cdot t \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt + \frac{4}{T} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} \left(-\frac{4 \cdot h}{T} \cdot t + 3 \cdot h \right) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = \frac{32 \cdot h}{T^2} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} t \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt - \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} t \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt + \frac{12 \cdot h}{T} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$\begin{aligned}
 a_k = & \frac{32 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4})}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{\frac{T}{4} \cdot \sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4})}{k \cdot \omega} - \frac{1}{k^2 \cdot \omega^2} \right] \\
 & - \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2})}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{\frac{T}{2} \cdot \sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2})}{k \cdot \omega} - \frac{\cos(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4})}{k^2 \cdot \omega^2} \right] \\
 & - \frac{\frac{T}{4} \cdot \sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4})}{k \cdot \omega} \\
 & + \frac{12 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \left[\sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}) - \sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_k = & \frac{\cos(k \cdot \frac{\pi}{2})}{k^2 \cdot \omega^2} \cdot \left[\frac{32 \cdot h}{T^2} + \frac{16 \cdot h}{T^2} \right] \\
 & + \frac{\cos(k \cdot \pi)}{k^2 \cdot \omega^2} \cdot \left[-\frac{16 \cdot h}{T^2} \right] \\
 & + \frac{\sin(k \cdot \frac{\pi}{2})}{k \cdot \omega} \cdot \left[\frac{8 \cdot h}{T} + \frac{4 \cdot h}{T} - \frac{12 \cdot h}{T} \right] - \frac{32 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{1}{k^2 \cdot \omega^2}
 \end{aligned}$$

$$a_k = \frac{\cos(k \cdot \frac{\pi}{2})}{k^2 \cdot \pi^2} \cdot (8 \cdot h + 4 \cdot h) - \frac{\cos(k \cdot \pi)}{k^2 \cdot \pi^2} \cdot 4 \cdot h - \frac{8 \cdot h}{k^2 \cdot \pi^2}$$

$$a_k = \frac{4 \cdot h}{k^2 \cdot \pi^2} \cdot [3 \cdot \cos(k \cdot \frac{\pi}{2}) - \cos(k \cdot \pi) - 2]$$

$$a_1 = -\frac{4 \cdot h}{1 \cdot \pi^2} = -\frac{4 \cdot h}{\pi^2}; \quad a_2 = -\frac{24 \cdot h}{4 \cdot \pi^2} = -\frac{6 \cdot h}{\pi^2}$$

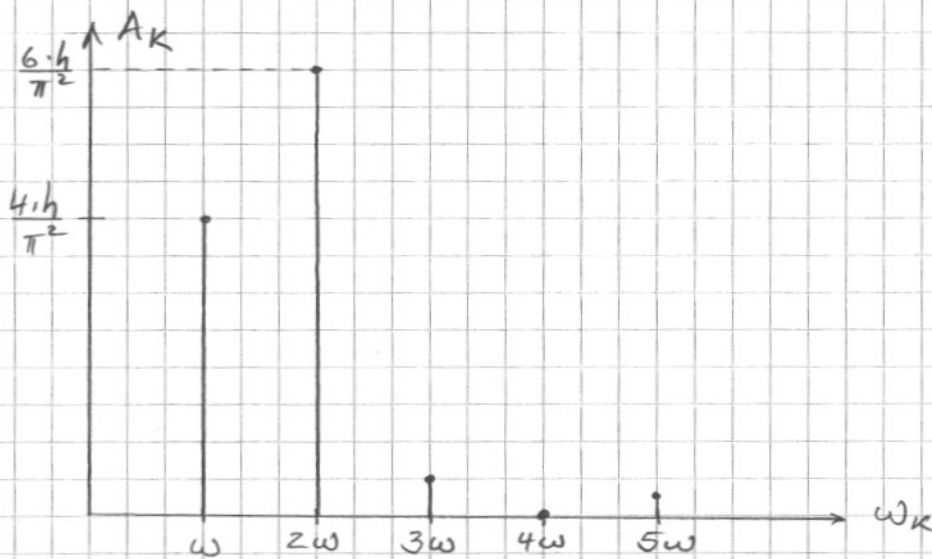
$$a_3 = -\frac{4 \cdot h}{9 \cdot \pi^2}; \quad a_4 = 0; \quad a_5 = -\frac{4 \cdot h}{25 \cdot \pi^2}$$

2) Fourierreihe

$$y(t) = \frac{5}{4} \cdot h - \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \left[\cos(\omega \cdot t) + \frac{3}{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + \frac{1}{9} \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t) + \frac{1}{25} \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t) \right]$$

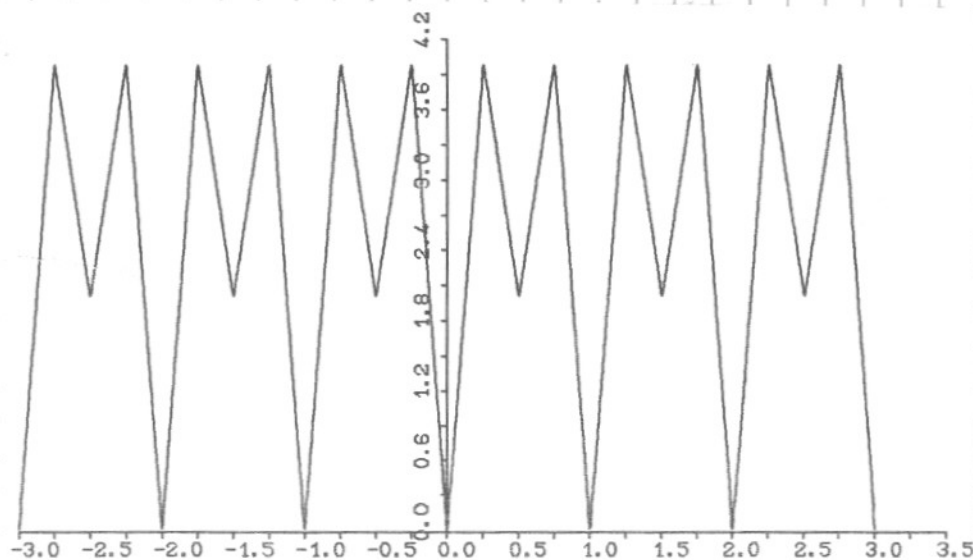
3) Amplitudenspektrum

$$A_k = \sqrt{a_k^2} = |a_k|$$



Auswertung (nicht gefragt)

$h = 2$; $T = 1$; $n = 50$ Harmonische



Aufgabe 3

A3, 1/2

$$1) \Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,15} = 62,83 \frac{1}{s}$$

$$\eta = \frac{\Omega}{\omega_0} = \frac{\Omega}{\sqrt{\frac{c_{ges}}{m}}} = 2,1$$

$$c_{ges} = \frac{m \cdot \Omega^2}{\eta^2} = \frac{300 \text{ kg} \cdot (62,83 \frac{1}{s})^2}{2,1^2}$$

$$c_{ges} = 268545 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$2) \frac{\sqrt{1 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta^2}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta^2}} \cdot \hat{u} = \hat{x} = 0,1 \text{ mm}$$

$$\sqrt{1 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta^2} = \frac{\hat{x}}{\hat{u}} \cdot \sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta^2}$$

$$1 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta^2 = \left(\frac{\hat{x}}{\hat{u}} \right)^2 \cdot [(1 - \eta^2)^2 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta^2]$$

$$1 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta^2 = \frac{1}{9} \cdot (1 - \eta^2)^2 + \frac{4}{9} \cdot D^2 \cdot \eta^2$$

$$\frac{32}{9} \cdot D^2 \cdot \eta^2 = \frac{1}{9} \cdot (1 - \eta^2)^2 - 1$$

$$D = \sqrt{\frac{(1 - \eta^2)^2 - 9}{32 \cdot \eta^2}}$$

$$D = \sqrt{\frac{(1 - 2,1^2)^2 - 9}{32 \cdot 2,1^2}}$$

$$D = 0,136$$

$$d = 2 \cdot D \cdot m \cdot \omega_0$$

$$\omega_0 = \frac{\Omega}{\eta} = \frac{62,83 \frac{1}{s}}{2,1} = 29,92 \frac{1}{s}$$

$$d = 2 \cdot 0,136 \cdot 300 \text{ kg} \cdot 29,92 \frac{1}{s} = 2441 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$3) \quad \varphi = -\arctan\left(\frac{2 \cdot D \cdot \eta^3}{1 - \eta^2 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta^2}\right)$$

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{2 \cdot 0,136 \cdot 2,1^3}{1 - 2,1^2 + 4 \cdot 0,136^2 \cdot 2,1^2}\right)$$

$$\varphi = -\arctan(-0,8168)$$

$$\varphi = -2,457$$

$$x(t) = 0,1 \text{ mm} \cdot \sin\left(62,83 \frac{1}{s} \cdot t - 2,457\right)$$

$$4) \quad F_c(t) = c_{ges} \cdot [u(t) - x(t)]$$

$$u(t = 0,18 \text{ s}) = 0,3 \text{ mm} \cdot \sin\left(62,83 \frac{1}{s} \cdot 0,18 \text{ s}\right) = -0,2853 \text{ mm}$$

$$x(t = 0,18 \text{ s}) = 0,1 \text{ mm} \cdot \sin\left(62,83 \frac{1}{s} \cdot 0,18 \text{ s} - 2,457\right) = 0,0542 \text{ mm}$$

$$F_c(t = 0,18 \text{ s}) = 268545 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot (-0,2853 \text{ mm} - 0,0542 \text{ mm})$$

$$F_c(t = 0,18 \text{ s}) = -91,17 \text{ N} \quad (\text{Druckkraft})$$