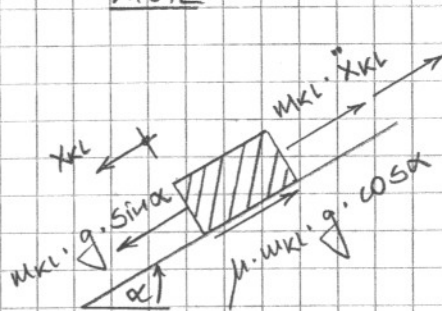


Aufgabe 1

A1, 1/2

zu 1/

Klotz

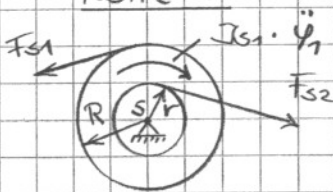


$$\sum F_{ix} = 0$$

$$m_{KL} \cdot g \cdot \sin \alpha - F_{S1} - m_{KL} \cdot \ddot{x}_{KL} - \mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot \cos \alpha = 0$$

$$F_{S1} = m_{KL} \cdot g \cdot \sin \alpha - m_{KL} \cdot \ddot{x}_{KL} - \mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

Rolle 1

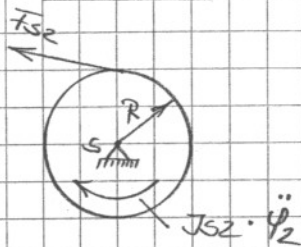


$$\sum M_{is} = 0$$

$$F_{S1} \cdot R - F_{S2} \cdot r - J_{S1} \cdot \ddot{\varphi}_1 = 0$$

$$F_{S1} = F_{S2} \cdot \frac{r}{R} + \frac{J_{S1}}{R} \cdot \ddot{\varphi}_1 \quad (2)$$

Rolle 2



$$\sum M_{is} = 0$$

$$F_{S2} \cdot R - J_{S2} \cdot \ddot{\varphi}_2 = 0$$

$$F_{S2} = \frac{J_{S2}}{R} \cdot \ddot{\varphi}_2 \quad (3)$$

Kinematik

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{\ddot{x}_{KL}}{R} \quad (4) ; \ddot{\varphi}_2 = \ddot{x}_{KL} \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{1}{R} = \ddot{x}_{KL} \cdot \frac{r}{R^2} \quad (5)$$

$$(5) \text{ in } (3) : F_{S2} = \frac{J_{S2}}{R} \cdot \frac{r}{R^2} \cdot \ddot{x}_{KL} = \frac{1}{2} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r}{R} \cdot \ddot{x}_{KL} \quad (6)$$

$$(6) \text{ in } (2) : F_{S1} = \frac{1}{2} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r^2}{R^2} \cdot \ddot{x}_{KL} + \frac{1}{2} \cdot m_{R1} \cdot R^2 \cdot \frac{\ddot{x}_{KL}}{R^2}$$

$$F_{S1} = \frac{1}{2} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r^2}{R^2} \cdot \ddot{x}_{KL} + \frac{1}{2} \cdot m_{R1} \cdot \ddot{x}_{KL} \quad (7)$$

$$(7) = (1) : \frac{1}{2} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r^2}{R^2} \cdot \ddot{x}_{KL} + \frac{1}{2} \cdot m_{R1} \cdot \ddot{x}_{KL} = m_{KL} \cdot g \cdot \sin \alpha - m_{KL} \cdot \ddot{x}_{KL} - \mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$\left(m_{KL} + \frac{1}{2} \cdot m_{R1} + \frac{1}{2} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot \ddot{x}_{KL} = m_{KL} \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$\ddot{x}_{KL} = \frac{m_{KL} \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot \cos \alpha}{m_{KL} + \frac{1}{2} \cdot m_{R1} + \frac{1}{2} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r^2}{R^2}}$$

$$\ddot{x}_{KL} = \frac{60 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 30^\circ - 0,2 \cdot 60 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 30^\circ}{60 \text{ kg} + \frac{1}{2} \cdot 40 \text{ kg} + \frac{1}{2} \cdot 30 \text{ kg} \cdot \frac{1}{4}}$$

$$\ddot{x}_{KL} = 2,30 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$2) \overline{F}_{S1} = \frac{1}{2} \cdot \left(m_{R1} + m_{R2} \cdot \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot \ddot{x}_{KL}$$

$$\overline{F}_{S1} = \frac{1}{2} \cdot \left(40 \text{ kg} + 30 \text{ kg} \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot 2,30 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 54,63 \text{ N}$$

$$\overline{F}_{S2} = \frac{1}{2} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r}{R} \cdot \ddot{x}_{KL} = \frac{1}{2} \cdot 30 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,30 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 17,25 \text{ N}$$

$$3) E_K = \frac{1}{2} \cdot m_{KL} \cdot \dot{x}_{KL}^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{S1} \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{S2} \cdot \dot{\varphi}_2^2$$

$$E_K = \left(\frac{1}{2} \cdot m_{KL} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_{R1} \cdot R^2 \cdot \frac{1}{R^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_{R2} \cdot R^2 \cdot \frac{r^2}{R^4}\right) \cdot \dot{x}_{KL}^2$$

$$E_K = \left(\frac{1}{2} \cdot m_{KL} + \frac{1}{4} \cdot m_{R1} + \frac{1}{4} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot 2 \cdot \ddot{x}_{KL} \cdot x_{KL}$$

$$E_K = \left(\frac{1}{2} \cdot 60 \text{ kg} + \frac{1}{4} \cdot 40 \text{ kg} + \frac{1}{4} \cdot 30 \text{ kg} \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot 4,60 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot x_{KL}$$

$$E_K = 192,625 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot x_{KL}$$

$$E_K (x_{KL} = 2 \text{ m}) = 385,25 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Aufgabe 2

$$\text{zu 1) } m_{\text{ges}} = 150 \text{ kg} + \frac{17}{35} \cdot 2 \cdot 14,7 \text{ kg/m} \cdot 4 \text{ m} = 207,12 \text{ kg}$$

$$C = \frac{48 \cdot E \cdot I}{l^3} = \frac{48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 2 \cdot 281 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}{(4000 \text{ mm})^3}$$

$$C = 885,15 \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 885150 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{m_{\text{ges}}}} = \sqrt{\frac{885150 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{207,12 \text{ kg}}} = 65,37 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\text{zu 2) } \Omega = \frac{2\pi}{0,1 \text{ s}} = 62,83 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\eta_1 = \frac{62,83 \frac{1}{\text{s}}}{65,37 \frac{1}{\text{s}}} = 0,961$$

$$\hat{w}_1 = \frac{1}{\sqrt{(1 - 0,961^2)^2 + 4 \cdot 0,05^2 \cdot 0,961^2}} \cdot \frac{500 \text{ N}}{885,15 \frac{\text{N}}{\text{mm}}}$$

$$\hat{w}_1 = 4,6 \text{ mm}$$

$$\varphi_1 = -\arctan\left(\frac{2 \cdot 0,05 \cdot 0,961}{1 - 0,961^2}\right) = -0,399$$

$$\eta_2 = 2 \cdot 0,961 = 1,922$$

$$\hat{w}_2 = \frac{1}{\sqrt{(1 - 1,922^2)^2 + 4 \cdot 0,05^2 \cdot 1,922^2}} \cdot \frac{1000 \text{ N}}{885,15 \frac{\text{N}}{\text{mm}}}$$

$$\hat{w}_2 = 0,42 \text{ mm}$$

$$\varphi_2 = -\arctan\left(\frac{2 \cdot 0,05 \cdot 1,922}{1 - 1,922^2}\right) = -3,070$$

$$w(t) = 4,6 \text{ mm} \cdot \sin\left(62,83 \frac{1}{s} \cdot t - 0,899\right) + 0,42 \text{ mm} \cdot \sin\left(125,66 \frac{1}{s} \cdot t - 3,070\right) \quad (1)$$

$$\text{zu 3) } w(t=300 \text{ s}) = -4,57 \text{ mm} + 0,36 \text{ mm} = -4,21 \text{ mm} \quad (1)$$

$$\dot{w}(t=300 \text{ s}) = 4,6 \text{ mm} \cdot 62,83 \frac{1}{s} \cdot \cos\left(62,83 \frac{1}{s} \cdot 300 \text{ s} - 0,899\right) + 0,42 \text{ mm} \cdot 125,66 \frac{1}{s} \cdot \cos\left(125,66 \frac{1}{s} \cdot 300 \text{ s} - 3,070\right)$$

$$\dot{w}(t=300 \text{ s}) = 33,42 \frac{\text{mm}}{s} - 26,71 \frac{\text{mm}}{s} = 6,71 \frac{\text{mm}}{s} \quad (1)$$

$$w_0 = w_0 \cdot \sqrt{1-d^2} = 65,37 \frac{1}{s} \cdot \sqrt{1-0,05^2} = 65,29 \frac{1}{s} \quad (1)$$

$$\delta = d \cdot w_0 = 0,05 \cdot 65,37 \frac{1}{s} = 3,27 \frac{1}{s} \quad (1)$$

$$c_1 = -4,21 \text{ mm}$$

$$c_2 = \frac{6,71 \frac{\text{mm}}{s} + 3,27 \frac{1}{s} \cdot (-4,21 \text{ mm})}{65,29 \frac{1}{s}} = -0,11 \text{ mm} \quad (1)$$

$$w(t^*) = e^{-3,29 \frac{1}{s} \cdot t^*} \cdot \begin{bmatrix} -4,21 \text{ mm} \cdot \cos\left(65,29 \frac{1}{s} \cdot t^*\right) \\ -0,11 \text{ mm} \cdot \sin\left(65,29 \frac{1}{s} \cdot t^*\right) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Aufgabe 3

A3, 1/2

$$1) \quad m_1 \cdot l^2 = 40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$m_2 \cdot l^2 = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$m_1 \cdot g \cdot l + 3 \cdot c \cdot \frac{l^2}{4} = 40 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m} + 3 \cdot 10000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{4} \text{ m}^2$$

$$m_1 \cdot g \cdot l + 3 \cdot c \cdot \frac{l^2}{4} = 7892,4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$m_2 \cdot g \cdot l + 3 \cdot c \cdot \frac{l^2}{4} = 20 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m} + 3 \cdot 10000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{4} \text{ m}^2$$

$$m_2 \cdot g \cdot l + 3 \cdot c \cdot \frac{l^2}{4} = 7696,2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$c \cdot \frac{l^2}{2} = 10000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{2} \text{ m}^2 = 5000 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7892,4 & -5000 \\ -5000 & 7696,2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{M} \cdot \underline{\ddot{q}} + \underline{C} \cdot \underline{q} = \underline{0}$$

$$\det \begin{bmatrix} 7892,4 - 40 \cdot \omega^2 & -5000 \\ -5000 & 7696,2 - 20 \cdot \omega^2 \end{bmatrix} = 0$$

$$(7892,4 - 40 \cdot \omega^2) \cdot (7696,2 - 20 \cdot \omega^2) - 5000^2 = 0$$

$$7892,4 \cdot 7696,2 - 20 \cdot 7892,4 \cdot \omega^2 - 40 \cdot 7696,2 \cdot \omega^2 + 40 \cdot 20 \cdot \omega^4 - 5000^2 = 0$$

$$\omega^4 - 582,12 \cdot \omega^2 + 44676,86 = 0$$

$$\omega_{1/2}^2 = 291,06 \pm \sqrt{291,06^2 - 44676,86}$$

$$\omega_1^2 = 291,06 - 200,09 = 90,97 \frac{1}{\text{s}^2}; \quad \omega_1 = 9,54 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega_2^2 = 291,06 + 200,09 = 491,15 \frac{1}{\text{s}^2}; \quad \omega_2 = 22,16 \frac{1}{\text{s}}$$

2) 1. Eigenvektor

$$\begin{bmatrix} 4253,6 & -5000 \\ -5000 & 5876,8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$4253,6 \cdot \varphi_{11} - 5000 \cdot \varphi_{12} = 0 \Rightarrow \varphi_{12} = 0,851 \cdot \varphi_{11}$$

$$-5000 + 5876,8 \cdot \varphi_{12} = 0 \Rightarrow \varphi_{12} = 0,851 \cdot \varphi_{11}$$

$$\underline{\varphi}_1 = \begin{bmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,851 \end{bmatrix}$$

2. Eigenvektor

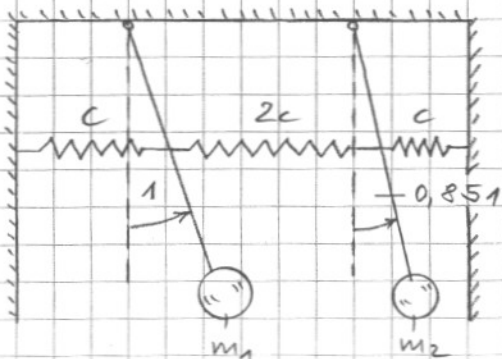
$$\begin{bmatrix} -11753,6 & -5000 \\ -5000 & -2126,8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_{21} \\ \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$-11753,6 \cdot \varphi_{21} - 5000 \cdot \varphi_{22} = 0 \Rightarrow \varphi_{21} = -0,425 \cdot \varphi_{22}$$

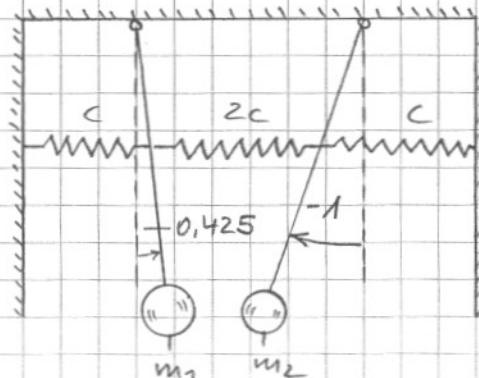
$$-5000 \cdot \varphi_{21} - 2126,8 \cdot \varphi_{22} = 0 \Rightarrow \varphi_{21} = -0,425 \cdot \varphi_{22}$$

$$\underline{\varphi}_2 = \begin{bmatrix} \varphi_{21} \\ \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,425 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3) Eigenformen



1. Eigenform



2. Eigenform