

zu 1)

1/1

Lage 1: Ausgangslage

$$E_{K1} = 0; E_{P1} = 0; E_{PF1} = 0$$

Lage 2: Klotz hat Wegstrecke s_{kl} zurückgelegt

$$E_{K2} = \frac{1}{2} \cdot m_{kl} \cdot v_{kl}^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{s1} \cdot \omega_1^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{s2} \cdot \omega_2^2$$

$$E_{P2} = -m_{kl} \cdot g \cdot s_{kl} \cdot \sin \alpha$$

$$E_{PF2} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot f^2$$

Kinematik

$$\omega_1 = \frac{v_{kl}}{R}; \omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{r}{R} = v_{kl} \cdot \frac{r}{R^2}$$

$$f = s_{kl} \cdot \frac{r}{R}$$

$$E_{K2} = \frac{1}{2} \cdot m_{kl} \cdot v_{kl}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_{R1} \cdot R^2 \cdot \frac{v_{kl}^2}{R^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_{R2} \cdot R^2 \cdot v_{kl}^2 \cdot \frac{r^2}{R^4}$$

$$E_{K2} = \left(\frac{1}{2} \cdot m_{kl} + \frac{1}{4} \cdot m_{R1} + \frac{1}{4} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r^2}{R^2} \right) \cdot v_{kl}^2$$

$$E_{PF2} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot f^2 = \frac{1}{2} \cdot c \cdot s_{kl}^2 \cdot \frac{r^2}{R^2}$$

Energiesatz: $E_2 = E_1 - E_a$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot m_{kl} + \frac{1}{4} \cdot m_{R1} + \frac{1}{4} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r^2}{R^2} \right) \cdot v_{kl}^2 - m_{kl} \cdot g \cdot s_{kl} \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} \cdot c \cdot s_{kl}^2 \cdot \frac{r^2}{R^2} = 0 - \mu \cdot m_{kl} \cdot g \cdot s_{kl} \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{1}{2} \cdot c \cdot s_{kl}^2 \cdot \frac{r^2}{R^2} = m_{kl} \cdot g \cdot s_{kl} \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m_{kl} \cdot g \cdot s_{kl} \cdot \cos \alpha - \left(\frac{1}{2} \cdot m_{kl} + \frac{1}{4} \cdot m_{R1} + \frac{1}{4} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r^2}{R^2} \right) \cdot v_{kl}^2$$

$$C = \frac{2 \cdot R^2}{S_{KL} \cdot r^2} \cdot \left[m_{KL} \cdot g \cdot S_{KL} \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot S_{KL} \cdot \cos \alpha - \left(\frac{1}{2} \cdot m_{KL} + \frac{1}{4} \cdot m_{R1} + \frac{1}{4} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r^2}{R^2} \right) \cdot v_{KL}^2 \right]$$

$$C = \frac{2 \cdot (0,2m)^2}{(2m)^2 \cdot (0,1m)^2} \cdot \left[50kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 2m \cdot \sin 30^\circ - 0,2 \cdot 50kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 2m \cdot \cos 30^\circ - (25kg + 7,5kg + 1,25kg) \cdot \left(1,5 \frac{m}{s} \right)^2 \right]$$

$$C = 2 \frac{1}{m^2} \cdot (490,5 N \cdot m - 169,91 N \cdot m - 75,94 N \cdot m)$$

$$C = 489,3 \frac{N}{m}$$

zu 2)

$$a) v_{KL}^2 = \frac{m_{KL} \cdot g \cdot S_{KL} \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot C \cdot S_{KL}^2 \cdot \frac{r^2}{R^2} - \mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot S_{KL} \cdot \cos \alpha}{\frac{1}{2} \cdot m_{KL} + \frac{1}{4} \cdot m_{R1} + \frac{1}{4} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r^2}{R^2}}$$

$$v_{KL} = \sqrt{\frac{m_{KL} \cdot g \cdot S_{KL} \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha) - \frac{1}{2} \cdot C \cdot \frac{r^2}{R^2} \cdot S_{KL}^2}{\frac{1}{2} \cdot m_{KL} + \frac{1}{4} \cdot m_{R1} + \frac{1}{4} \cdot m_{R2} \cdot \frac{r^2}{R^2}}}$$

$$v_{KL} = \sqrt{\frac{160,29 \frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot S_{KL} - 62,5 \frac{kg}{s^2} \cdot S_{KL}^2}{25kg + 7,5kg + 1,25kg}}$$

$$v_{KL} = \sqrt{4,75 \frac{m}{s^2} \cdot S_{KL} - 1,85 \frac{1}{s^2} \cdot S_{KL}^2}$$

$$b) \frac{dv_{KL}}{dS_{KL}} = 0 = \frac{4,75 \frac{m}{s^2} - 2 \cdot 1,85 \frac{1}{s^2} \cdot S_{KL}}{2 \cdot \sqrt{4,75 \frac{m}{s^2} \cdot S_{KL} - 1,85 \frac{1}{s^2} \cdot S_{KL}^2}}$$

113

$$4,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 2 \cdot 1,85 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot S_{KL} = 0$$

$$S_{KL} = 1,28 \text{ m}$$

$$V_{KL\max} = \sqrt{4,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,28 \text{ m} - 1,85 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot (1,28 \text{ m})^2}$$

$$V_{KL\max} = 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) $V_{KL} \stackrel{!}{=} 0$

$$4,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot S_{KL} - 1,85 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot S_{KL}^2 = 0$$

$$S_{KL1} = 0$$

$$S_{KL2} = \frac{4,75 \text{ m}}{1,85} = 2,57 \text{ m}$$

zu 1) $y(t)$ gerade Funktion $\rightarrow b_k = 0$

a) Fourierkoeffizient a_0

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} y(t) \cdot dt$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} \left(\frac{16 \cdot h}{T} \cdot t - 3 \cdot h \right) \cdot dt + \frac{2}{T} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} h \cdot dt$$

$$a_0 = \frac{32 \cdot h}{T^2} \cdot \left. \frac{t^2}{2} \right|_0^{\frac{T}{4}} - \frac{6 \cdot h}{T} \cdot \left. t \right|_0^{\frac{T}{4}} + \frac{2 \cdot h}{T} \cdot \left. t \right|_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}}$$

$$a_0 = \frac{32 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{T^2}{32} - \frac{6 \cdot h}{T} \cdot \frac{T}{4} + \frac{2 \cdot h}{T} \cdot \frac{T}{4}$$

$$a_0 = h - \frac{3}{2} \cdot h + \frac{h}{2} = 0$$

b) Fourierkoeffizienten a_k

$$a_k = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} y(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} \left(\frac{16 \cdot h}{T} \cdot t - 3 \cdot h \right) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt + \frac{4}{T} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} h \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = \frac{64 \cdot h}{T^2} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} t \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt - \frac{12 \cdot h}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt + \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$\begin{aligned}
 q_k &= \frac{64 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \omega \cdot t)}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{t \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t)}{k \cdot \omega} \right] \Bigg|_0^{\frac{T}{4}} \\
 &\quad - \frac{12 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) \Bigg|_0^{\frac{T}{4}} \\
 &\quad + \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) \Bigg|_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q_k &= \frac{64 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4})}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{\frac{T}{4} \cdot \sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4})}{k \cdot \omega} - \frac{1}{k^2 \cdot \omega^2} \right] \\
 &\quad - \frac{12 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \left[\sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}) - 0 \right] \\
 &\quad + \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \left[\sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}) - \sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q_k &= \frac{64 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{\cos(k \cdot \frac{\pi}{2})}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{16 \cdot h}{T} \cdot \frac{\sin(k \cdot \frac{\pi}{2})}{k \cdot \omega} - \frac{64 \cdot h}{T^2 \cdot k^2 \cdot \omega^2} \\
 &\quad - \frac{12 \cdot h}{T} \cdot \frac{\sin(k \cdot \frac{\pi}{2})}{k \cdot \omega} + \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \sin(k \cdot \frac{\pi}{2}) \\
 &\quad - \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \sin(k \cdot \frac{\pi}{2})
 \end{aligned}$$

$$q_k = \frac{64 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{1}{k^2 \cdot \omega^2} \cdot \left[\cos\left(\frac{k \cdot \pi}{2}\right) - 1 \right]$$

$$q_k = \frac{64 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{1}{k^2 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2}} \cdot \left[\cos\left(\frac{k \cdot \pi}{2}\right) - 1 \right]$$

$$q_k = \frac{16 \cdot h}{k^2 \cdot \pi^2} \cdot \left[\cos\left(\frac{k \cdot \pi}{2}\right) - 1 \right]$$

$$a_1 = \frac{16 \cdot h}{1^2 \cdot \pi^2} \cdot (0 - 1) = -1,621 \cdot h$$

$$a_2 = \frac{16 \cdot h}{2^2 \cdot \pi^2} \cdot (-1 - 1) = -0,811 \cdot h$$

$$a_3 = \frac{16 \cdot h}{3^2 \cdot \pi^2} \cdot (0 - 1) = -0,180 \cdot h$$

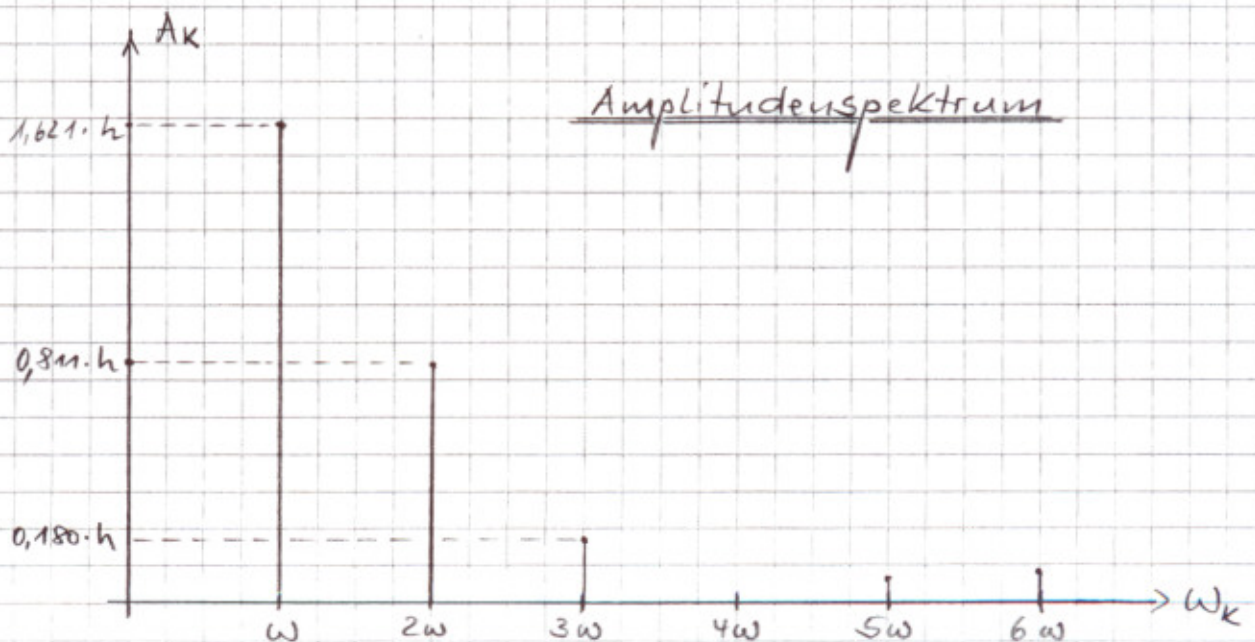
$$a_4 = \frac{16 \cdot h}{4^2 \cdot \pi^2} \cdot (1 - 1) = 0$$

$$a_5 = \frac{16 \cdot h}{5^2 \cdot \pi^2} \cdot (0 - 1) = -0,065 \cdot h$$

$$a_6 = \frac{16 \cdot h}{6^2 \cdot \pi^2} \cdot (-1 - 1) = -0,090 \cdot h$$

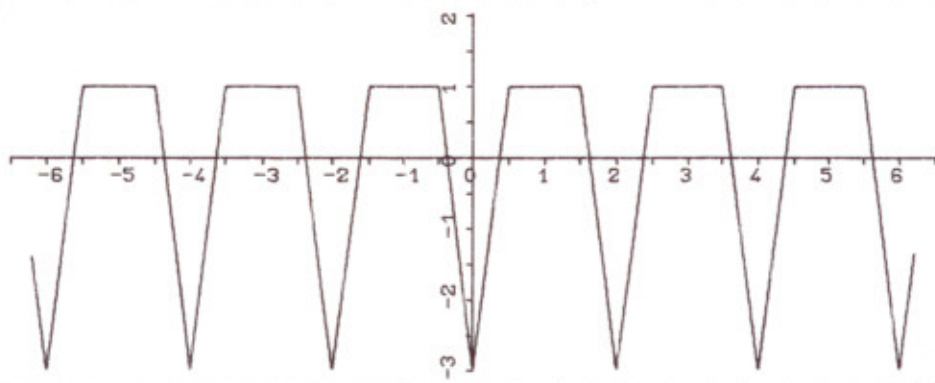
$$y(t) = -\frac{16 \cdot h}{\pi^2} \cdot \left[\cos(\omega \cdot t) + \frac{2}{2^2} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + \frac{1}{3^2} \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t) + \frac{1}{5^2} \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t) + \frac{2}{6^2} \cdot \cos(6 \cdot \omega \cdot t) + \dots \right]$$

zu 2) $A_k = |a_k|$



Auswertung
▽

2/14



$$\text{zu 1)} \quad I_y = \frac{120 \text{ mm} \cdot (40 \text{ mm})^3}{12} = 640\,000 \text{ mm}^4$$

$$c = \frac{12 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 640\,000 \text{ mm}^4}{(1000 \text{ mm})^2 \cdot (4 \cdot 1000 \text{ mm} + 3 \cdot 2000 \text{ mm})}$$

$$c = 161,28 \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 161,28 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{161,28 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{80 \text{ kg}}} = 44,90 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\text{zu 2)} \quad a) \quad \Delta = \frac{1}{4} \cdot \ln \left[\frac{2 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} \right] = 0,347$$

$$\textcircled{1} = \frac{0,347}{\sqrt{4\pi^2 + 0,347^2}} = 0,055$$

$$b) \quad \omega_d = 44,9 \frac{1}{\text{s}} \cdot \sqrt{1 - 0,055^2} = 44,83 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\delta = \textcircled{1} \cdot \omega_0 = 0,055 \cdot 44,90 \frac{1}{\text{s}} = 2,47 \frac{1}{\text{s}}$$

$$c_1 = \omega_0 = 2 \text{ cm}$$

$$c_2 = \frac{\delta \cdot \omega_0}{\omega_d} = \frac{2,47 \frac{1}{\text{s}} \cdot 2 \text{ cm}}{44,83 \frac{1}{\text{s}}} = 0,11 \text{ cm}$$

$$w(t) = e^{-2,47 \frac{1}{\text{s}} \cdot t} \cdot \left[2 \text{ cm} \cdot \cos\left(44,83 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right) + 0,11 \text{ cm} \cdot \sin\left(44,83 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right) \right]$$

$$\text{zu 3)} \quad \hat{w} = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4 \cdot \textcircled{1}^2 \cdot \eta^2}} \cdot \frac{m_u \cdot r_u}{m_{\text{ges}}} = 2 \text{ cm}$$

$$\frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4 \cdot 0,055^2 \cdot \eta^2}} \cdot \frac{0,4 \text{ kg} \cdot \text{m}}{80 \text{ kg}} = 0,02 \text{ m}$$

$$\frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4 \cdot 0,055^2 \cdot \eta^2}} = 4$$

$$\eta^4 = 16 \cdot [(1-\eta^2)^2 + 0,0121 \cdot \eta^2]$$

$$\eta^4 = 16 \cdot (1 - 2 \cdot \eta^2 + \eta^4 + 0,0121 \cdot \eta^2)$$

$$15 \cdot \eta^4 - 31,806 \cdot \eta^2 + 16 = 0$$

$$\eta^4 - 2,12 \cdot \eta^2 + 1,06 = 0$$

$$\eta_{1/2}^2 = 1,06 \pm \sqrt{1,06^2 - 1,06}$$

$$\eta_1^2 = 1,31 ; \quad \eta_1 = 1,15$$

$$\eta_2^2 = 0,81 ; \quad \eta_2 = 0,90$$

$$\Omega_u = 0,90 \cdot 44,9 \frac{1}{s} = 40,41 \frac{1}{s}$$

$$\Omega_o = 1,15 \cdot 44,9 \frac{1}{s} = 51,64 \frac{1}{s}$$

$$n_u = \frac{40,41 \frac{1}{s}}{2\pi} \cdot 60 \frac{s}{\text{min}} = 385,9 \text{ min}^{-1}$$

$$n_o = \frac{51,64 \frac{1}{s}}{2\pi} \cdot 60 \frac{s}{\text{min}} = 493,1 \text{ min}^{-1}$$