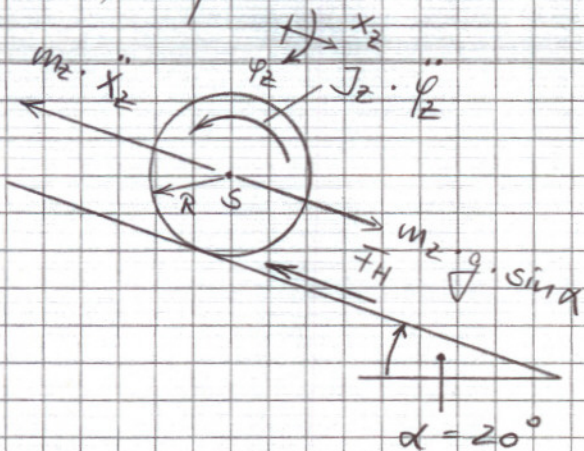


zu 1)

1/1

a) Zylinder



$$\sum F_{it} = 0$$

$$m_2 \cdot g \cdot \sin \alpha - m_2 \cdot \ddot{x}_2 - F_H = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_{is} = 0$$

$$F_H \cdot R - J_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 = 0$$

$$F_H = J_2 \cdot \frac{\ddot{\varphi}_2}{R} \quad (2)$$

Rollbedingung

$$\ddot{\varphi}_2 = \frac{\ddot{x}_2}{R} \quad (3)$$

$$(3) \text{ in } (2): F_H = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot R^2 \cdot \frac{\ddot{x}_2}{R^2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \ddot{x}_2 \quad (4)$$

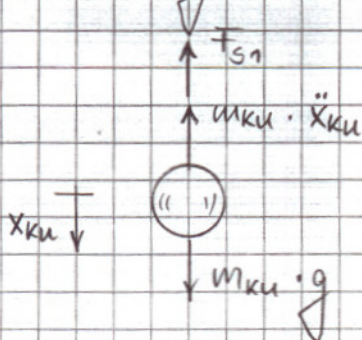
$$(4) \text{ in } (1): m_2 \cdot g \cdot \sin \alpha - m_2 \cdot \ddot{x}_2 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \ddot{x}_2 = 0$$

$$\frac{3}{2} \cdot \ddot{x}_2 = g \cdot \sin \alpha$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{2}{3} \cdot g \cdot \sin \alpha = \frac{2}{3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 20^\circ$$

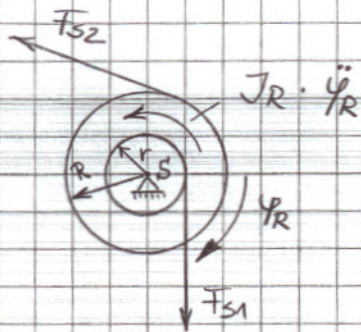
$$\ddot{x}_2 = 2,24 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) Kugel



$$\sum F_{it} = 0$$

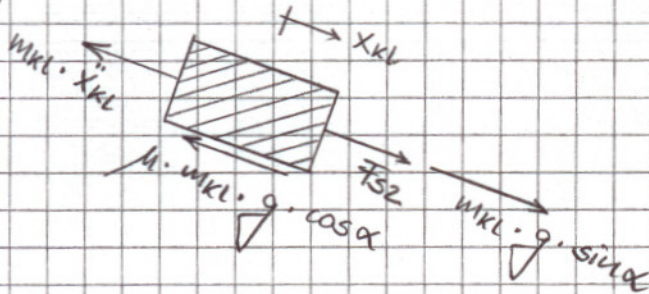
$$F_{51} = m_{ku} \cdot g - m_{ku} \cdot \ddot{x}_{ku} \quad (5)$$

c) Rolle

$$\sum M_{is} = 0$$

$$F_{S1} \cdot r - F_{S2} \cdot R - J_R \cdot \ddot{\varphi}_R = 0$$

$$F_{S1} = F_{S2} \cdot \frac{R}{r} + J_R \cdot \frac{\ddot{\varphi}_R}{r} \quad (6)$$

d) Klotz

$$\sum F_{ie} = 0$$

$$F_{S2} = m_{KL} \cdot \ddot{x}_{KL}$$

$$- m_{KL} \cdot g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha) \quad (7)$$

e) Kinematik

$$\frac{\ddot{x}_{Ku}}{r} = \frac{\ddot{x}_{KL}}{R}$$

$$\ddot{\varphi}_R = \frac{\ddot{x}_{KL}}{R} \quad (9)$$

$$\ddot{x}_{Ku} = \ddot{x}_{KL} \cdot \frac{r}{R} \quad (8)$$

$$(9) \text{ in } (6): F_{S1} = F_{S2} \cdot \frac{R}{r} + \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot R^2 \cdot \frac{\ddot{x}_{KL}}{R \cdot r}$$

$$F_{S1} = F_{S2} \cdot \frac{R}{r} + \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot \frac{R}{r} \cdot \ddot{x}_{KL} \quad (10)$$

$$(8) \text{ in } (5): F_{S1} = m_{Ku} \cdot g - m_{Ku} \cdot \frac{r}{R} \cdot \ddot{x}_{KL} \quad (11)$$

$$(10) = (11): F_{S2} \cdot \frac{R}{r} + \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot \frac{R}{r} \cdot \ddot{x}_{KL} = m_{Ku} \cdot g - m_{Ku} \cdot \frac{r}{R} \cdot \ddot{x}_{KL}$$

$$(7) \text{ einsetzen: } m_{KL} \cdot \frac{R}{r} \cdot \ddot{x}_{KL} - m_{KL} \cdot \frac{R}{r} \cdot g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha) + \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot \frac{R}{r} \cdot \ddot{x}_{KL} = m_{Ku} \cdot g - m_{Ku} \cdot \frac{r}{R} \cdot \ddot{x}_{KL}$$

$$\left(m_{KL} \cdot \frac{R}{r} + \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot \frac{R}{r} + m_{Ku} \cdot \frac{r}{R} \right) \cdot \ddot{x}_{KL} = m_{Ku} \cdot g + m_{KL} \cdot \frac{R}{r} \cdot g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)$$

$$\ddot{x}_{KL} = \frac{m_{KU} \cdot g + m_{KL} \cdot \frac{R}{F} \cdot g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)}{m_{KL} \cdot \frac{R}{F} + \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot \frac{R}{F} + m_{KU} \cdot \frac{F}{R}}$$

$$\ddot{x}_{KL} = \frac{20 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 30 \text{ kg} \cdot 2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (\sin 20^\circ - 0,3 \cdot \cos 20^\circ)}{2 \cdot 30 \text{ kg} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 50 \text{ kg} + 20 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2}}$$

$$\ddot{x}_{KL} = 1,93 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{x}_{KU} = \frac{1}{2} \cdot \ddot{x}_{KL} = 0,97 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

zu 2) $x_z = \frac{1}{2} \cdot \ddot{x}_z \cdot t^2 = 1,12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$

$$x_{KL} = \frac{1}{2} \cdot \ddot{x}_{KL} \cdot t^2 + x_{KL}^0 = 0,97 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 + 2 \text{ m}$$

$$1,12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 = 0,97 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 + 2 \text{ m}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \text{ m}}{1,12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 0,97 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 3,65 \text{ s}$$

zu 3) $x_z(t = 3,65 \text{ s}) = \frac{1}{2} \cdot 2,24 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3,65 \text{ s})^2$

$$x_z = 14,92 \text{ m}$$

zu 1)

2/1

$$a) m \geq 2 \cdot f_N \cdot T = 2 \cdot \frac{\Omega_N}{2\pi} \cdot T = 2 \cdot \frac{2 \cdot \Omega}{2\pi} \cdot T$$

$$m \geq 2 \cdot \frac{2 \cdot \frac{2\pi}{T}}{2\pi} \cdot T = 4$$

$m = 5$ Stützstellen sind ausreichend

b)

i	t_i s	$F_i(t)$ N	$\sin\left(\frac{2 \cdot i \cdot \pi}{5}\right)$	$\sin\left(\frac{4 \cdot i \cdot \pi}{5}\right)$	$\frac{F_i \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot i \cdot \pi}{5}\right)}{N}$	$\frac{F_i \cdot \sin\left(\frac{4 \cdot i \cdot \pi}{5}\right)}{N}$
0	0	0	0	0	0	0
1	0,04	403	0,9511	0,5878	383	237
2	0,08	-14	0,5878	-0,9511	-8	13
3	0,12	14	-0,5878	0,9511	-8	13
4	0,16	403	-0,9511	-0,5878	383	237
					750	500

$$b_1 = \frac{2}{5} \cdot 750 \text{ N} = 300 \text{ N}$$

$$b_2 = \frac{2}{5} \cdot 500 \text{ N} = 200 \text{ N}$$

$$c) \Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,25} = 10\pi \frac{1}{s} = 31,4159 \frac{1}{s}$$

$$T(t) = 300 \text{ N} \cdot \sin\left(31,4159 \frac{1}{s} \cdot t\right) + 200 \text{ N} \cdot \sin\left(62,8318 \frac{1}{s} \cdot t\right)$$

zu 2)

$$C = \frac{3 \cdot E \cdot I_y}{l \cdot b^2} = \frac{3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 98,2 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}{3000 \text{ mm} \cdot (1000 \text{ mm})^2}$$

$$C = 206,22 \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 206,22 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{206,22 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{100 \text{ kg}}} = 45,41 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\Omega_1 = \Omega = 31,4159 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\eta_1 = \frac{\Omega_1}{\omega_0} = \frac{31,4159 \frac{1}{\text{s}}}{45,41 \frac{1}{\text{s}}} = 0,69$$

$$\hat{w}_1 = \frac{1}{\sqrt{(1-0,69^2)^2 + 4 \cdot 0,03^2 \cdot 0,69^2}} \cdot \frac{300 \text{ N}}{206,22 \frac{\text{N}}{\text{mm}}} = 2,77 \text{ mm}$$

$$\varphi_1 = -\arctan\left(\frac{2 \cdot 0,03 \cdot 0,69}{1-0,69^2}\right) = -0,079$$

$$\Omega_2 = 2 \cdot \Omega = 62,8318 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\eta_2 = \frac{\Omega_2}{\omega_0} = 1,38$$

$$\hat{w}_2 = \frac{1}{\sqrt{(1-1,38^2)^2 + 4 \cdot 0,03^2 \cdot 1,38^2}} \cdot \frac{200 \text{ N}}{206,22 \frac{\text{N}}{\text{mm}}} = 1,07 \text{ mm}$$

$$\varphi_2 = -\arctan\left(\frac{2 \cdot 0,03 \cdot 1,38}{1-1,38^2}\right) = -3,050$$

$$w(t) = \hat{w}_1 \cdot \sin(\Omega \cdot t + \varphi_1) + \hat{w}_2 \cdot \sin(2 \cdot \Omega + \varphi_2)$$

$$w(t) = 2,77 \text{ mm} \cdot \sin\left(31,4159 \frac{1}{\text{s}} \cdot t - 0,079\right) + 1,07 \text{ mm} \cdot \sin\left(62,8318 \frac{1}{\text{s}} \cdot t - 3,050\right)$$

zu 1/

$$\det(\underline{C} - \omega^2 \cdot \underline{M}) = 0$$

$$\det \left[\begin{pmatrix} 1200 & -600 \\ -600 & 1800 \end{pmatrix} - \omega^2 \cdot \begin{pmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 15 \end{pmatrix} \right] = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} 1200 - 15 \cdot \omega^2 & -600 \\ -600 & 1800 - 15 \cdot \omega^2 \end{bmatrix} = 0$$

$$(1200 - 15 \cdot \omega^2) \cdot (1800 - 15 \cdot \omega^2) - 600^2 = 0$$

$$1200 \cdot 1800 - 18000 \cdot \omega^2 - 27000 \cdot \omega^2 + 225 \cdot \omega^4 - 600^2 = 0$$

$$\omega^4 - 200 \cdot \omega^2 + 8000 = 0$$

$$\lambda^2 - 200 \cdot \lambda + 8000 = 0$$

$$\lambda_{1/2} = 100 \pm \sqrt{100^2 - 8000}$$

$$\lambda_1 = 55,28 \frac{1}{s^2} ; \omega_1 = 7,44 \frac{1}{s}$$

$$\lambda_2 = 144,72 \frac{1}{s^2} ; \omega_2 = 12,03 \frac{1}{s}$$

zu 2/

1. Eigenvektor

$$\begin{bmatrix} 370,8 & -600 \\ -600 & 970,8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{obere Gleichung: } 370,8 \cdot x_{11} - 600 \cdot x_{12} = 0 \Rightarrow x_{12} = 0,618 \cdot x_{11}$$

$$\text{untere Gleichung: } -600 \cdot x_{11} + 970,8 \cdot x_{12} = 0 \Rightarrow x_{12} = 0,618 \cdot x_{11}$$

$$\underline{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,618 \end{bmatrix}$$

2. Eigenvektor

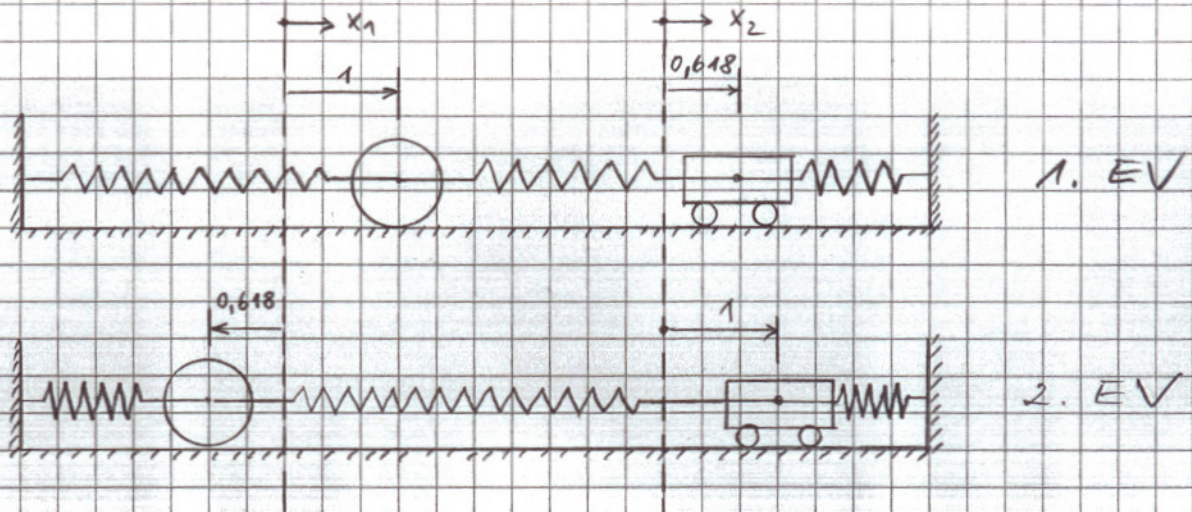
$$\begin{bmatrix} -970,8 & -600 \\ -600 & -370,8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

obere Gleichung: $-970,8 \cdot x_{21} - 600 \cdot x_{22} = 0 \Rightarrow x_{21} = -0,618 \cdot x_{22}$

untere Gleichung: $-600 \cdot x_{21} - 370,8 \cdot x_{22} = 0 \Rightarrow x_{21} = -0,618 \cdot x_{22}$

$$\underline{x}_2 = \begin{bmatrix} -0,618 \\ 1 \end{bmatrix}$$

zu 3)



zu 4)

$$m_1^* = \underline{x}_1^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0,618 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 15 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0,618 \end{bmatrix} = 20,73 \text{ kg}$$

$$m_2^* = \underline{x}_2^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{x}_2 = \begin{bmatrix} -0,618 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 15 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0,618 \\ 1 \end{bmatrix} = 20,73 \text{ kg}$$