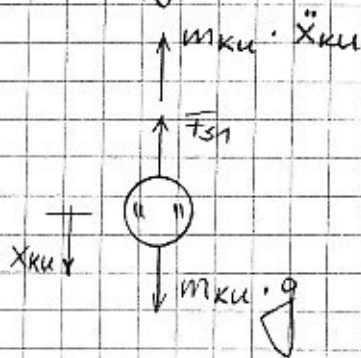


zu 1/

a) Kugel

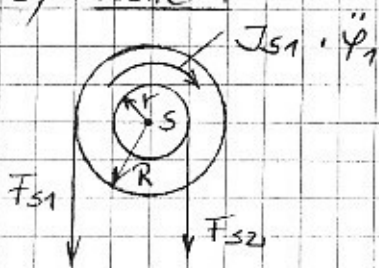


$$\sum F_{iv} = 0$$

$$F_{S1} + m_{Ku} \cdot \ddot{x}_{Ku} - m_{Ku} \cdot g = 0$$

$$F_{S1} = m_{Ku} \cdot g - m_{Ku} \cdot \ddot{x}_{Ku} \quad (1)$$

b) Rolle 1

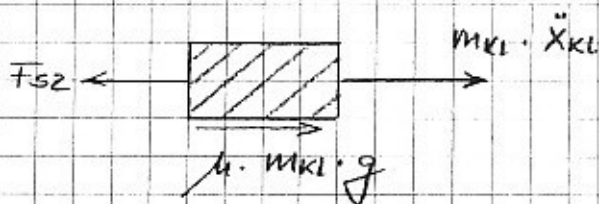


$$\sum M_{is} = 0$$

$$F_{S1} \cdot R - F_{S2} \cdot r - J_{S1} \cdot \ddot{\varphi}_1 = 0$$

$$F_{S1} = F_{S2} \cdot \frac{r}{R} + J_{S1} \cdot \frac{\ddot{\varphi}_1}{R} \quad (2)$$

c) Klotz



$$\sum F_{it} = 0$$

$$F_{S2} = m_{KL} \cdot \ddot{x}_{KL} + \mu \cdot m_{KL} \cdot g \quad (3)$$

Kinematik

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{\ddot{x}_{Ku}}{R}; \quad \ddot{x}_{KL} = \ddot{\varphi}_1 \cdot r = \ddot{x}_{Ku} \cdot \frac{r}{R} \quad (4)$$

$$(1) = (2) \quad m_{Ku} \cdot g - m_{Ku} \cdot \ddot{x}_{Ku} = F_{S2} \cdot \frac{r}{R} + J_{S1} \cdot \frac{\ddot{\varphi}_1}{R}$$

Mit (3) und (4)

$$m_{Ku} \cdot g - m_{Ku} \cdot \ddot{x}_{Ku} = m_{KL} \cdot \frac{r}{R} \cdot \ddot{x}_{KL} + \mu \cdot m_{KL} \cdot \frac{r}{R} \cdot g + J_{S1} \cdot \frac{\ddot{x}_{Ku}}{R^2}$$

$$m_{Ku} \cdot g - m_{Ku} \cdot \ddot{x}_{Ku} = m_{KL} \cdot \frac{r^2}{R^2} \cdot \ddot{x}_{Ku} + \mu \cdot m_{KL} \cdot \frac{r}{R} \cdot g + \frac{1}{2} \cdot m_{R1} \cdot \ddot{x}_{Ku}$$

$$\mu \cdot m_{KL} \cdot \frac{r}{R} \cdot g = m_{Ku} \cdot g - m_{Ku} \cdot \ddot{x}_{Ku} - m_{KL} \cdot \frac{r^2}{R^2} \cdot \ddot{x}_{Ku} + \frac{1}{2} \cdot m_{R1} \cdot \ddot{x}_{Ku}$$

$$\mu = \frac{R \cdot (m_{Ku} \cdot g - m_{Ku} \cdot \ddot{x}_{Ku} - m_{KL} \cdot \frac{r^2}{R^2} \cdot \ddot{x}_{Ku} - \frac{1}{2} \cdot m_{R1} \cdot \ddot{x}_{Ku})}{m_{KL} \cdot r \cdot g} \quad (5)$$

$$x_{Ku} = \frac{1}{2} \cdot \ddot{x}_{Ku} \cdot t^2$$

$$\ddot{x}_{Ku} = \frac{2 \cdot x_{Ku}}{t^2} = \frac{2 \cdot 1,30 \text{ m}}{(1 \text{ s})^2} = 2,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\mu = \frac{0,2 \text{ m} \cdot (20 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 20 \text{ kg} \cdot 2,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 50 \text{ kg} \cdot \frac{1}{4} \cdot 2,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - \frac{1}{2} \cdot 40 \text{ kg} \cdot 2,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}{50 \text{ kg} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\mu = 0,243$$

$$\text{zu 2) } F_{S1} = m_{Ku} \cdot (g - \ddot{x}_{Ku}) = 20 \text{ kg} \cdot (9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 2,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) = 144,2 \text{ N}$$

$$F_{S2} = m_{KL} \cdot \ddot{x}_{KL} + \mu \cdot m_{KL} \cdot g$$

$$F_{S2} = 50 \text{ kg} \cdot (2,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} + 0,243 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) = 184,19 \text{ N}$$

$$\text{zu 3) } \bullet \text{ Ausgangslage: } E_{pL0} = 0; E_{K0} = 0; E_{pF0} = 0$$

• Kugel hat sich um x_{Ku} abwärts bewegt:

$$E_{pL1} = -m_{Ku} \cdot g \cdot x_{Ku}; E_{pF1} = 0; E_a = \mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot \frac{r}{R} \cdot x_{Ku}$$

$$\text{Energiesatz: } E_{pL1} + E_{pF1} + E_{K1} = E_{pL0} - E_{pF0} - E_{K0} - E_a$$

$$E_{K1} = -E_{pL1} - E_a$$

$$E_{K1} = (m_{Ku} \cdot g - \frac{r}{R} \cdot \mu \cdot m_{KL} \cdot g) \cdot x_{Ku}$$

$$E_{K1} = 136,6 \text{ N} \cdot x_{Ku}$$

zu 4) aus Gl. ⑤ ergibt sich mit $\ddot{x}_{ku} = 0$

1/3

$$\mu = \frac{R \cdot m_{ku} \cdot g}{r \cdot m_{kl} \cdot g} = \frac{R}{r} \cdot \frac{m_{ku}}{m_{kl}}$$

$$\mu = \frac{0,2m}{0,1m} \cdot \frac{20kg}{50kg} = \frac{4}{5} = 0,800$$

$y(t)$ ist eine gerade Funktion $y(t) = y(-t)$; $b_k = 0$ (1)

Fourierkoeffizient a_0

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} y(t) \cdot dt = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} \frac{4 \cdot h}{T} \cdot t \cdot dt + \frac{2}{T} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} 0 \cdot dt$$

$$a_0 = \frac{8h}{T^2} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} t \cdot dt = \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \left. \frac{t^2}{2} \right|_0^{\frac{T}{4}} = \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{T^2}{32} = \frac{h}{4}$$

(2)

Fourierkoeffizienten a_k

$$a_k = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} \frac{4 \cdot h}{T} \cdot t \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt + \frac{4}{T} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} 0 \cdot dt$$

$$a_k = \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \omega \cdot t)}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{t \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t)}{k \cdot \omega} \right]_0^{\frac{T}{4}}$$

$$a_k = \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4})}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{\frac{T}{4} \cdot \sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4})}{k \cdot \omega} - \frac{1}{k^2 \cdot \omega^2} \right]$$

$$a_k = \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \frac{\pi}{2})}{k^2 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}} + \frac{\frac{T}{4} \cdot \sin(k \cdot \frac{\pi}{2})}{k \cdot \frac{2\pi}{T}} - \frac{1}{k^2 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}} \right]$$

$$a_k = \frac{4 \cdot h}{k^2 \cdot \pi^2} \cdot \left[\cos(k \cdot \frac{\pi}{2}) - 1 \right] + \frac{2 \cdot h}{k \cdot \pi} \cdot \sin(k \cdot \frac{\pi}{2}) \quad (4)$$

$$a_1 = -\frac{4 \cdot h}{\pi^2} + \frac{2 \cdot h}{\pi} = 0,2313 \cdot h$$

$$a_2 = -\frac{8 \cdot h}{4 \cdot \pi^2} + 0 = -0,2026 \cdot h$$

$$a_3 = -\frac{4 \cdot h}{9 \cdot \pi^2} - \frac{2 \cdot h}{3 \cdot \pi} = -0,2572 \cdot h \quad (3)$$

$$a_4 = 0 + 0 = 0$$

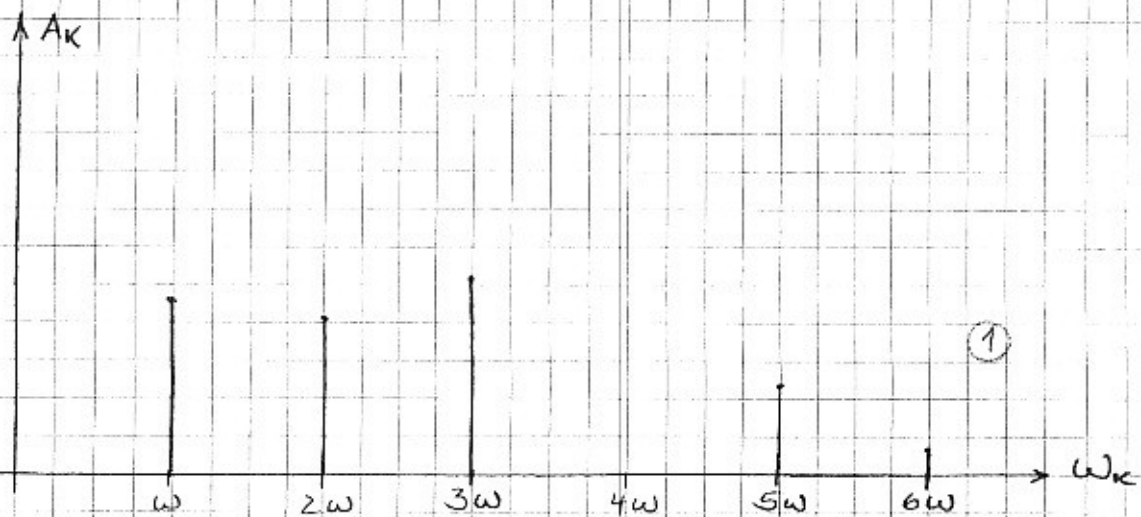
$$a_5 = \frac{4 \cdot h}{25 \pi^2} \cdot (-1) + \frac{2 \cdot h}{5 \cdot \pi} = 0,1111 \cdot h$$

$$a_6 = \frac{4 \cdot h}{36 \pi^2} \cdot (-2) + 0 = -0,0225 \cdot h$$

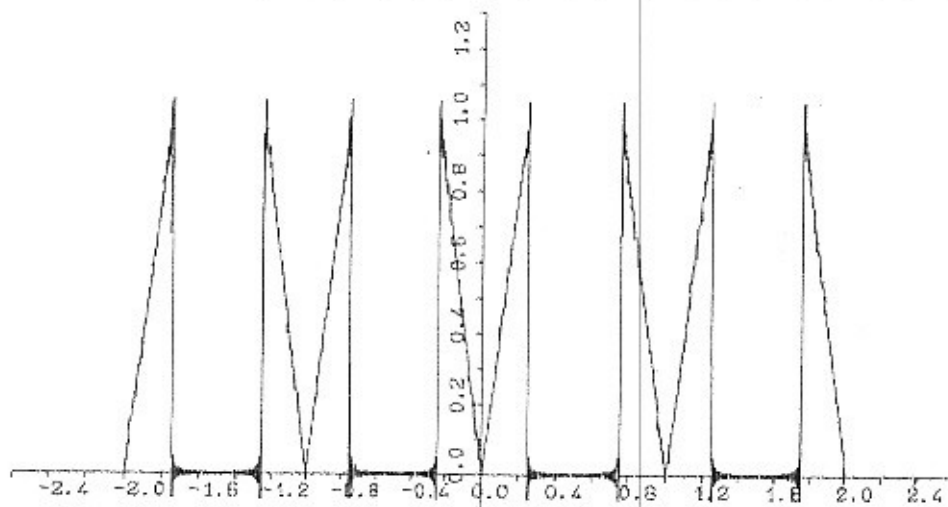
$$y(t) = \frac{h}{4} + h \cdot \left[0,2313 \cdot \cos(\omega \cdot t) - 0,2026 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \right. \\ \left. - 0,2572 \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t) + 0,1111 \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t) \right. \\ \left. - 0,0225 \cdot \cos(6 \cdot \omega \cdot t) \right] \quad (1)$$

Amplitudenspektrum

$$A_k = \sqrt{a_k^2} = |a_k|$$



Auswertung: $h = 1,0$; $T = 1s$; $n = 100$ Harmonische



zu 1/

$$\Delta = \frac{1}{N} \cdot \ln\left(\frac{x_0}{x_3}\right) = \frac{1}{3} \cdot \ln(2) = 0,231$$

$$\mathcal{D} = \frac{\Delta}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 + \Delta^2}} = \frac{0,231}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 + 0,231^2}} = 0,037 \quad (1)$$

$$T_d = 0,15 \text{ s} = \frac{2\pi}{\omega_d}$$

$$\omega_d = \frac{2\pi}{0,15 \text{ s}} = 41,89 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega_0 = \frac{\omega_d}{\sqrt{1 - \mathcal{D}^2}} = \frac{41,89 \frac{1}{\text{s}}}{\sqrt{1 - 0,037^2}} = 41,92 \frac{1}{\text{s}} \quad (2)$$

$$d = 2 \cdot \mathcal{D} \cdot m \cdot \omega_0 = 2 \cdot 0,037 \cdot 400 \text{ kg} \cdot 41,92 \frac{1}{\text{s}}$$

$$d = 1241 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \quad (3)$$

$$\omega_0^2 = \frac{c_{ges}}{m} \Rightarrow c_{ges} = m \cdot \omega_0^2 = 400 \text{ kg} \cdot \left(41,92 \frac{1}{\text{s}}\right)^2$$

$$c_{ges} = 702915 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad (4)$$

zu 2/

$$x(t) = \frac{F_0}{c} \cdot \left\{ 1 - e^{-\delta \cdot t} \cdot \left[\cos(\omega_d \cdot t) + \frac{\mathcal{D}}{\sqrt{1 - \mathcal{D}^2}} \cdot \sin(\omega_d \cdot t) \right] \right\}$$

$$\delta = \mathcal{D} \cdot \omega_0 = 0,037 \cdot 41,92 \frac{1}{\text{s}} = 1,55 \frac{1}{\text{s}} \quad (5)$$

$$\frac{F_0}{c} = \frac{5000 \text{ N}}{702,915 \frac{\text{N}}{\text{mm}}} = 7,113 \text{ mm}$$

$$\frac{\mathcal{D}}{\sqrt{1 - \mathcal{D}^2}} = \frac{0,037}{\sqrt{1 - 0,037^2}} = 0,037 \quad (6)$$

$$x(t) = 7,113 \text{ mm} \cdot \left\{ 1 - e^{-1,55 \frac{1}{\text{s}} \cdot t} \cdot \left[\cos\left(41,89 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right) + 0,037 \cdot \sin\left(41,89 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right) \right] \right\} \quad (7)$$

$$\text{zu 3)} \quad x(t=0,2s) = 9,56 \text{ mm}$$

$$\dot{x}(t) = -7,113 \text{ mm} \cdot \left(-1,55 \frac{1}{s}\right) \cdot e^{-1,55 \frac{1}{s} \cdot t} \cdot \left[\cos\left(41,89 \frac{1}{s} \cdot t\right) + 0,037 \cdot \sin\left(41,89 \frac{1}{s} \cdot t\right)\right] \\ - 7,113 \text{ mm} \cdot e^{-1,55 \frac{1}{s} \cdot t} \cdot 41,89 \frac{1}{s} \cdot \left[0,037 \cdot \cos\left(41,89 \frac{1}{s} \cdot t\right) - \sin\left(41,89 \frac{1}{s} \cdot t\right)\right]$$

$$\dot{x}(t=0,2) = -3,79 \frac{\text{mm}}{s} + 193,26 \frac{\text{mm}}{s} = 189,47 \frac{\text{mm}}{s}$$

$$C_1 = x_0 = 9,56 \text{ mm}$$

$$C_2 = \frac{\dot{x}_0 + \delta \cdot x_0}{\omega_d} = \frac{189,47 \frac{\text{mm}}{s} + 1,55 \frac{1}{s} \cdot 9,56 \text{ mm}}{41,89 \frac{1}{s}} = 4,88 \text{ mm}$$

$$x(t) = e^{-1,55 \frac{1}{s} \cdot t} \cdot \left[9,56 \text{ mm} \cdot \cos\left(41,89 \frac{1}{s} \cdot t\right) + 4,88 \text{ mm} \cdot \sin\left(41,89 \frac{1}{s} \cdot t\right)\right]$$

$$\text{zu 4)} \quad \Delta = \frac{1}{N} \cdot \ln \left[\frac{x(t)}{x(t+N \cdot T_d)} \right]$$

$$\frac{x(t_s)}{x(t_s + 4 \cdot T_d)} = e^{4 \cdot \Delta}$$

$$x(t_s + 4 \cdot T_d) = x(t_s) \cdot e^{-4 \cdot \Delta}$$

$$x(t_s + 4 \cdot T_d) = 9,56 \text{ mm} \cdot e^{-4 \cdot 0,231} = 3,79 \text{ mm}$$