

Aufgabe 1

1/1

zu 1) Kinematik

$$\varphi_2 = \frac{x_{KL}}{R} ; \varphi_2 \cdot R = \varphi_1 \cdot r ; \varphi_1 = \varphi_2 \cdot \frac{R}{r} = \frac{x_{KL}}{r}$$

$$f = \varphi_1 \cdot R = x_{KL} \cdot \frac{R}{r}$$

• Ausgangslage

$$E_0 = 0$$

• Rolle 2 hat sich um $\varphi_2 = 2\pi$ gedreht

$$x_{KL} = 2\pi \cdot R = 2\pi \cdot 0,3 \text{ m} = 1,88 \text{ m}$$

$$E_{PL1} = -m_{KL} \cdot g \cdot x_{KL} \cdot \sin \alpha ; E_{PF1} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot f^2$$

$$E_{K1} = \frac{1}{2} \cdot m_{KL} \cdot v_{KL}^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{S1} \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{S2} \cdot \dot{\varphi}_2^2$$

$$E_a = \mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot x_{KL} \cdot \cos \alpha$$

• Energiesatz: $E_1 = E_0 - E_a$

$$\frac{1}{2} \cdot m_{KL} \cdot v_{KL}^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{S1} \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{S2} \cdot \dot{\varphi}_2^2 - m_{KL} \cdot g \cdot x_{KL} \cdot \sin \alpha$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot c \cdot f^2 = -\mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot x_{KL} \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_{KL} \cdot v_{KL}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_{R1} \cdot R^2 \cdot \frac{v_{KL}^2}{r^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_{R2} \cdot R^2 \cdot \frac{v_{KL}^2}{R^2}$$

$$= m_{KL} \cdot g \cdot x_{KL} \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot c \cdot f^2 - \mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot x_{KL} \cdot \cos \alpha$$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot m_{KL} + \frac{1}{4} \cdot m_{R1} \cdot \frac{R^2}{r^2} + \frac{1}{4} \cdot m_{R2} \right) \cdot v_{KL}^2$$

$$= m_{KL} \cdot g \cdot x_{KL} \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha) - \frac{1}{2} \cdot c \cdot x_{KL}^2 \cdot \frac{R^2}{r^2}$$

$$\begin{aligned}
 & (75 \text{ kg} + 60 \text{ kg} + 12,5 \text{ kg}) \cdot v_{KL}^2 \\
 & = 150 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,88 \text{ m} \cdot (\sin 45^\circ - 0,2 \cdot \cos 45^\circ) \\
 & \quad - \frac{1}{2} \cdot 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (1,88 \text{ m})^2 \cdot 4
 \end{aligned}$$

$$147,5 \text{ kg} \cdot v_{KL}^2 = 858,04 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$v_{KL} = \sqrt{\frac{858,04 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}}{147,5 \text{ kg}}} = 2,41 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{zu 2)} \quad E_{K1} + E_{PL1} + E_{PF1} = E_0 - E_a$$

$$E_{K1} = -E_{PL1} - E_{PF1} - E_a$$

$$E_{K1} = m_{KL} \cdot g \cdot x_{KL} \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot c \cdot x_{KL}^2 \cdot \frac{r^2}{r^2} - \mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot x_{KL} \cdot \cos \alpha$$

$$\begin{aligned}
 E_{K1} &= 150 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot x_{KL} \cdot \sin 45^\circ - \frac{1}{2} \cdot 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot x_{KL}^2 \cdot 4 \\
 &\quad - 0,2 \cdot 150 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot x_{KL} \cdot \cos 45^\circ
 \end{aligned}$$

$$E_{K1} = 1040,51 \text{ N} \cdot x_{KL} - 200 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot x_{KL}^2 - 208,10 \text{ N} \cdot x_{KL}$$

$$E_{K1} = 832,41 \text{ N} \cdot x_{KL} - 200 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot x_{KL}^2$$

$$\text{zu 3)} \quad \frac{dE_{K1}}{dx_{KL}} = 0 \Rightarrow 400 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot x_{KL} = 832,41 \text{ N}$$

$$x_{KL} = 2,08 \text{ m}$$

$$\max E_{K1} = 832,41 \text{ N} \cdot 2,08 \text{ m} - 200 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (2,08 \text{ m})^2$$

$$\max E_{K1} = 866,13 \text{ N} \cdot \text{m}$$

zu 4) Maximale FederlängungSystem am Umkehrpunkt: $E_{K2} = 0$

$$\begin{aligned}
 & -m_{KL} \cdot g \cdot x_{KLmax} \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} \cdot c \cdot x_{KLmax}^2 \cdot \frac{R^2}{r^2} \\
 & = -\mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot x_{KLmax} \cdot \cos \alpha
 \end{aligned}$$

| : $x_{KLmax} \neq 0$

$$-m_{KL} \cdot g \cdot \sin \alpha + \mu \cdot m_{KL} \cdot g \cdot \cos \alpha + \frac{1}{2} \cdot c \cdot x_{KLmax} \cdot \frac{R^2}{r^2} = 0$$

$$x_{KLmax} = \frac{2 \cdot m_{KL} \cdot g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)}{4c}$$

$$x_{KLmax} = \frac{2 \cdot 150 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (\sin 45^\circ - 0,2 \cdot \cos 45^\circ)}{400 \frac{\text{N}}{\text{m}}}$$

$$x_{KLmax} = 4,16 \text{ m}$$

$$f_{max} = x_{KLmax} \cdot \frac{R}{r} = 2 \cdot 4,16 \text{ m} = 8,32 \text{ m}$$

$$F_{max} = c \cdot f_{max} = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 8,32 \text{ m} = 832 \text{ N}$$

Aufgabe 2

2/1

1) $y(t)$ ist eine gerade Funktion $\Rightarrow b_k = 0$

Fourierkoeffizient a_0

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} y(t) \cdot dt$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} \left(-\frac{4 \cdot h}{T} \cdot t + 2 \cdot h \right) \cdot dt$$

$$a_0 = -\frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} t \cdot dt + \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} dt$$

$$a_0 = -\frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \left. \frac{t^2}{2} \right|_0^{\frac{T}{4}} + \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \left. t \right|_0^{\frac{T}{4}} = -\frac{h}{4} + h = \frac{3}{4} \cdot h$$

Fourierkoeffizienten a_k

$$a_k = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} y(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} \left(-\frac{4 \cdot h}{T} \cdot t + 2 \cdot h \right) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = -\frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} t \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt + \frac{8 \cdot h}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = -\frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \omega \cdot t)}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{t \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t)}{k \cdot \omega} \right]_0^{\frac{T}{4}}$$

$$+ \frac{8 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) \Big|_0^{\frac{T}{4}}$$

$$Q_k = - \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos\left(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}\right)}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{\frac{T}{4} \cdot \sin\left(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}\right)}{k \cdot \omega} - \frac{1}{k^2 \cdot \omega^2} \right] \\ + \frac{8 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \sin\left(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}\right)$$

$$Q_k = - \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos\left(\frac{k \cdot \tilde{\pi}}{2}\right)}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{\frac{T}{4} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \tilde{\pi}}{2}\right)}{k \cdot \omega} - \frac{1}{k^2 \cdot \omega^2} \right] \\ + \frac{8 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \tilde{\pi}}{2}\right)$$

$$Q_k = - \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{\cos\left(\frac{k \cdot \tilde{\pi}}{2}\right)}{k^2 \cdot 4 \cdot \pi^2} \cdot T^2 - \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{\frac{T}{4} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \tilde{\pi}}{2}\right)}{k \cdot 2 \cdot \pi} \cdot T \\ + \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{1}{k^2 \cdot 4 \cdot \pi^2} \cdot T^2$$

$$Q_k = - \frac{4 \cdot h}{k^2 \cdot \pi^2} \cdot \cos\left(\frac{k \cdot \tilde{\pi}}{2}\right) - \frac{2 \cdot h}{k \cdot \tilde{\pi}} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \tilde{\pi}}{2}\right) + \frac{4 \cdot h}{k^2 \cdot \pi^2} \\ + \frac{4 \cdot h}{k \cdot \tilde{\pi}} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \tilde{\pi}}{2}\right)$$

$$Q_k = \frac{4 \cdot h}{k^2 \cdot \pi^2} \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{k \cdot \tilde{\pi}}{2}\right) \right] + \frac{2 \cdot h}{k \cdot \tilde{\pi}} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \tilde{\pi}}{2}\right)$$

$$Q_1 = \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot (1 - 0) + \frac{2 \cdot h}{\tilde{\pi}} \cdot 1 = 0,405 \cdot h + 0,637 \cdot h = 1,042 \cdot h$$

$$Q_2 = \frac{4 \cdot h}{4 \cdot \pi^2} \cdot (1 + 1) + \frac{2 \cdot h}{2 \cdot \tilde{\pi}} \cdot 0 = 0,203 \cdot h$$

$$Q_3 = \frac{4 \cdot h}{9 \cdot \pi^2} \cdot (1 - 0) + \frac{2 \cdot h}{3 \cdot \tilde{\pi}} \cdot (-1) = 0,045 \cdot h - 0,212 \cdot h = -0,167 \cdot h$$

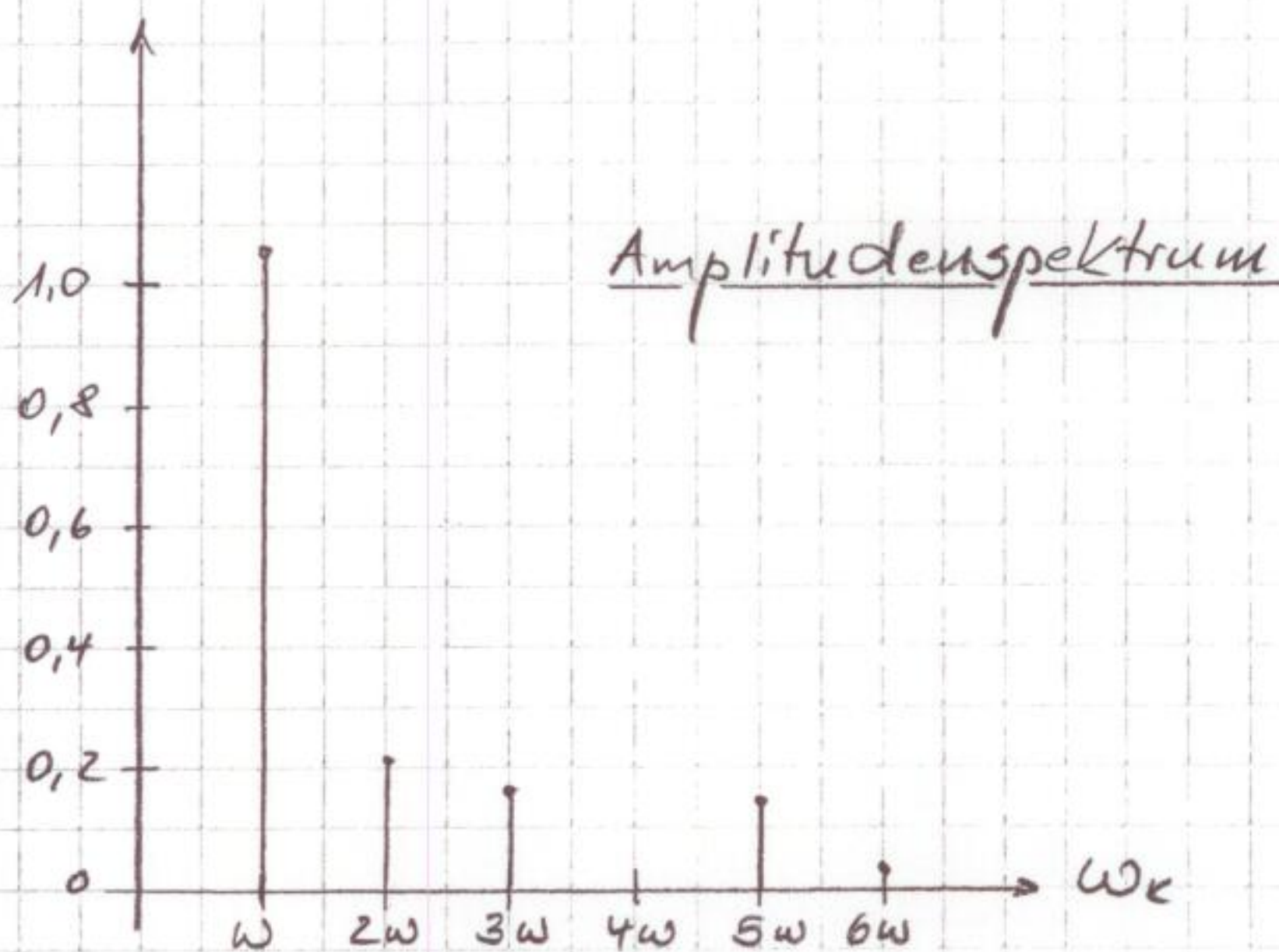
$$a_4 = \frac{4 \cdot h}{16 \cdot \pi^2} \cdot (1 - 1) + \frac{2 \cdot h}{4 \cdot \pi} \cdot 0 = 0$$

$$a_5 = \frac{4 \cdot h}{25 \cdot \pi^2} \cdot (1 - 0) + \frac{2 \cdot h}{5 \cdot \pi} \cdot 1 = 0,016 \cdot h + 0,127 \cdot h = 0,143 \cdot h$$

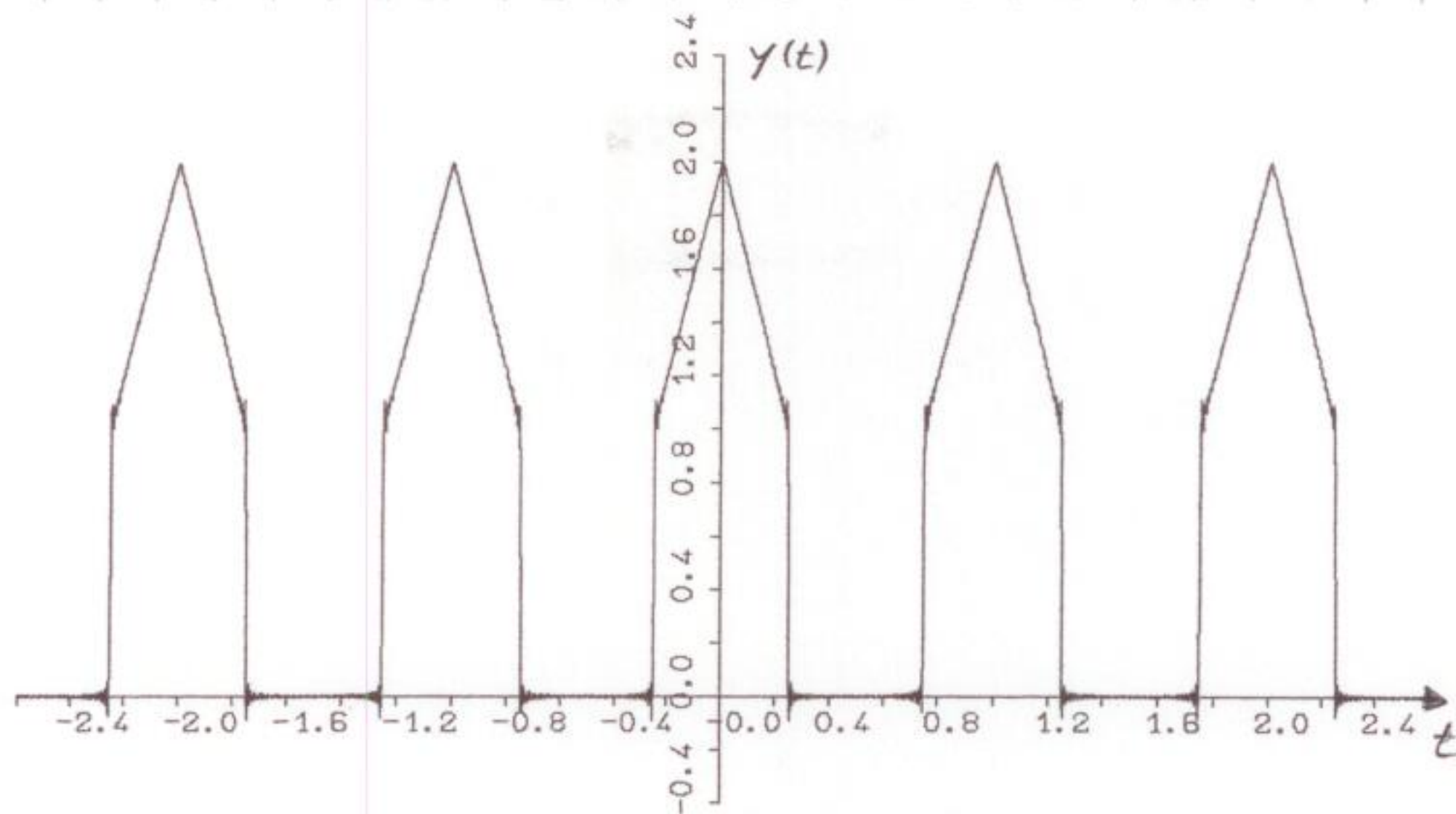
$$a_6 = \frac{4 \cdot h}{36 \cdot \pi^2} \cdot (1 + 1) + \frac{2 \cdot h}{6 \cdot \pi} \cdot 0 = 0,023 \cdot h$$

$$\begin{aligned} 2) \quad y(t) = & \frac{3}{4} \cdot h + 1,042 \cdot h \cdot \cos(\omega \cdot t) + 0,203 \cdot h \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \\ & - 0,167 \cdot h \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t) + 0,143 \cdot h \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t) \\ & + 0,023 \cdot h \cdot \cos(6 \cdot \omega \cdot t) + \dots \end{aligned}$$

$$3) \quad A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} = \sqrt{a_k^2} = |a_k|$$



Auswertung : $h = 1$; $T = 1.0$; 100 Harmonische ^{2/4}



Aufgabe 3

3/1

$$m_{\text{ersatz}} = 300 \text{ kg} + \frac{17}{35} \cdot 2 \cdot 26,7 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 6 \text{ m} = 455,62 \text{ kg}$$

$$C = \frac{3 \cdot E \cdot I_y \cdot l}{\left(\frac{l}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{48 \cdot E \cdot I_y}{l^3}$$

$$C = \frac{48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 2 \cdot 864 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}{(6000 \text{ mm})^3}$$

$$C = 806,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 806400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{m_{\text{ersatz}}}} = \sqrt{\frac{806400 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{455,62 \text{ kg}}} = 42,07 \frac{1}{\text{s}}$$

zu 2)

$$4 \text{ mm} = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4 \cdot 0,04^2 \cdot \eta^2}} \cdot \frac{0,35 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{mm}}{455,62 \text{ kg}}$$

$$16 \text{ mm}^2 = \frac{\eta^4}{(1-\eta^2)^2 + 4 \cdot 0,04^2 \cdot \eta^2} \cdot (0,7682 \text{ mm})^2$$

$$16 \text{ mm}^2 \cdot ((1-\eta^2)^2 + 4 \cdot 0,04^2 \cdot \eta^2) = 0,5901 \text{ mm}^2 \cdot \eta^4$$

$$16 \text{ mm}^2 \cdot (1 - 2 \cdot \eta^2 + \eta^4 + 4 \cdot 0,04^2 \cdot \eta^2) = 0,5901 \text{ mm}^2 \cdot \eta^4$$

$$16 \text{ mm}^2 - 32 \text{ mm}^2 \cdot \eta^2 + 16 \text{ mm}^2 \cdot \eta^4 + 0,1024 \text{ mm}^2 \cdot \eta^2$$

$$= 0,5901 \text{ mm}^2 \cdot \eta^4$$

$$15,4099 \text{ mm}^2 \cdot \eta^4 - 31,8976 \text{ mm}^2 \cdot \eta^2 + 16 \text{ mm}^2 = 0$$

$$\eta^4 - 2,0699 \cdot \eta^2 + 1,0383 = 0$$

$$\eta_{1/2}^2 = 1,035 \pm \sqrt{1,035^2 - 1,0383}$$

$$\eta_1^2 = 1,035 - 0,1815 = 0,8535$$

$$\eta_2^2 = 1,035 + 0,1815 = 1,2165$$

$$\eta_1 = 0,924 ; \eta_2 = 1,103$$

$$\Omega_1 = 0,924 \cdot 42,07 \frac{1}{s} = 38,873 \frac{1}{s}$$

$$\Omega_2 = 1,103 \cdot 42,07 \frac{1}{s} = 46,403 \frac{1}{s}$$

$$n_1 = \frac{\Omega_1 \cdot 60 \frac{s}{min}}{2\pi} = \frac{38,873 \frac{1}{s} \cdot 60 \frac{s}{min}}{2\pi} = 371,21 \frac{1}{min}$$

$$n_2 = \frac{\Omega_2 \cdot 60 \frac{s}{min}}{2\pi} = \frac{46,403 \frac{1}{s} \cdot 60 \frac{s}{min}}{2\pi} = 443,12 \frac{1}{min}$$

zu 3) $\Omega = \frac{600 min^{-1} \cdot 2\pi}{60 \frac{s}{min}} = 62,832 \frac{1}{s}$

$$\eta = \frac{62,832 \frac{1}{s}}{42,07 \frac{1}{s}} = 1,494$$

$$\hat{w} = \frac{1,494^2}{\sqrt{(1-1,494^2)^2 + 4 \cdot 0,04^2 \cdot 1,494^2}} \cdot 0,7682 mm$$

$$\hat{w} = 1,385 mm$$

$$\kappa = -\arctan\left(\frac{2 \cdot 0,04 \cdot 1,494}{1 - 1,494^2}\right) = -3,045$$

$$w(t) = 1,385 \text{ mm} \cdot \sin\left(62,832 \frac{1}{s} \cdot t - 3,045\right)$$

zu 4)

$$F = c \cdot \dot{w} = 806,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot 1,385 \text{ mm} = 1116,86 \text{ N}$$

$$M = \frac{1116,86 \text{ N} \cdot 6 \text{ m}}{4} = 1675,29 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_B = \frac{1675,29 \cdot 100 \text{ N} \cdot \text{cm}}{2 \cdot 144 \text{ cm}^3} = 581,7 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_B = 5,817 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$