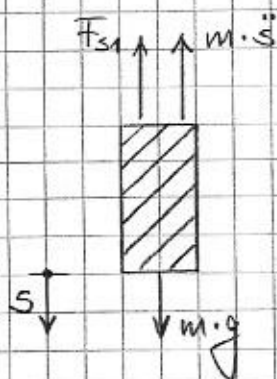


zu 1)

a) Klotz



$$\sum \vec{F}_{iv} = 0$$

$$F_{S1} = m \cdot g - m \cdot \ddot{s} \quad (1)$$

b) Rolle 1

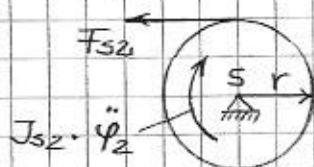


$$\sum M_{is} = 0$$

$$F_{S1} \cdot 2r - F_{S2} \cdot r - J_{S1} \cdot \ddot{\varphi}_1 = 0$$

$$F_{S1} = \frac{1}{2} \cdot F_{S2} + \frac{1}{2r} \cdot J_{S1} \cdot \ddot{\varphi}_1 \quad (2)$$

c) Rolle 2



$$\sum M_{is} = 0$$

$$F_{S2} \cdot r - J_{S2} \cdot \ddot{\varphi}_2 = 0$$

$$F_{S2} = \frac{1}{r} \cdot J_{S2} \cdot \ddot{\varphi}_2 \quad (3)$$

d) Kinematik

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{\ddot{s}}{2 \cdot r} ; \varphi_1 \cdot r = \varphi_2 \cdot r ; \ddot{\varphi}_2 = \ddot{\varphi}_1 = \frac{\ddot{s}}{2 \cdot r} \quad (4)$$

$$\varphi_1 = \varphi_2$$

$$(1) = (2) \quad m \cdot g - m \cdot \ddot{s} = \frac{1}{2} \cdot F_{S2} + \frac{1}{2 \cdot r} \cdot J_{S1} \cdot \ddot{\varphi}_1$$

$$\text{mit (3)} \quad m \cdot g - m \cdot \ddot{s} = \frac{1}{2 \cdot r} \cdot J_{S2} \cdot \ddot{\varphi}_2 + \frac{1}{2 \cdot r} \cdot J_{S1} \cdot \ddot{\varphi}_1$$

$$m \cdot g - m \cdot \ddot{s} = \frac{1}{2 \cdot r} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + \frac{1}{2 \cdot r} \cdot 8 \cdot m \cdot r^2 \cdot \ddot{\varphi}_1$$

$$\text{mit ④: } m \cdot g - m \cdot \ddot{s} = \frac{1}{2 \cdot r} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \frac{\ddot{s}}{2 \cdot r} + \frac{1}{2 \cdot r} \cdot 8 \cdot m \cdot r^2 \cdot \frac{\ddot{s}}{2 \cdot r}$$

$$m \cdot g - m \cdot \ddot{s} = \frac{1}{8} \cdot m \cdot \ddot{s} + 2 \cdot m \cdot \ddot{s}$$

1/2

$$\frac{25}{8} \cdot \ddot{s} = g$$

$$\ddot{s} = \frac{8}{25} \cdot g = \frac{8}{25} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3,14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{\ddot{s}}{2 \cdot r} = \frac{3,14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot 0,04 \text{ m}} = 39,25 \frac{1}{\text{s}^2}$$

$$\text{zu 2) } \varphi_1(t) = \frac{1}{2} \cdot \ddot{\varphi}_1 \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \varphi_1(t)}{\ddot{\varphi}_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot \pi}{39,25 \frac{1}{\text{s}^2}}} = 0,566 \text{ s}$$

$$\text{zu 3) } \dot{s}(t = 0,566 \text{ s}) = 3,14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,566 \text{ s} = 1,78 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{zu 4) } \dot{s} = \sqrt{2 \cdot \ddot{s} \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 3,14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m}} = 3,54 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \frac{\dot{s}}{2 \cdot r} = \frac{3,54 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 0,04 \text{ m}} = 44,25 \frac{1}{\text{s}}$$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{s}^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{s1} \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{s2} \cdot \dot{\varphi}_2^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ kg} \cdot \left(3,54 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 \text{ kg} \cdot (0,04 \text{ m})^2 \cdot \left(44,25 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ kg} \cdot (0,04 \text{ m})^2 \cdot \left(44,25 \frac{1}{\text{s}}\right)^2$$

$$E_k = 195,81 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$y(t)$ ist eine gerade Funktion $\Rightarrow b_k = 0$

2/1

Fourierkoeffizient a_0

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} y(t) \cdot dt = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{6}} 0 \cdot dt + \frac{2}{T} \cdot \int_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{2}} \frac{2 \cdot h}{T} \cdot t \cdot dt$$

$$a_0 = \frac{4 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{2}} = \frac{4 \cdot h}{T^2} \cdot \left(\frac{T^2}{8} - \frac{T^2}{72} \right) = \frac{4 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{1}{9} \cdot T^2$$

$$a_0 = \frac{4}{9} \cdot h$$

Fourierkoeffizienten a_k

$$a_k = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} y(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{6}} 0 \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt + \frac{4}{T} \cdot \int_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{2}} \frac{2 \cdot h}{T} \cdot t \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \int_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{2}} t \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \omega \cdot t)}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{t \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t)}{k \cdot \omega} \right]_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{2}}$$

$$a_k = \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2})}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{\frac{T}{2} \cdot \sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2})}{k \cdot \omega} - \frac{\cos(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{6})}{k^2 \cdot \omega^2} - \frac{\frac{T}{6} \cdot \sin(k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{6})}{k \cdot \omega} \right]$$

$$a_k = \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \tilde{\pi})}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{T \cdot \sin(k \cdot \tilde{\pi})}{2 \cdot k \cdot \omega} - \frac{\cos(k \cdot \frac{\tilde{\pi}}{3})}{k^2 \cdot \omega^2} - \frac{T}{6} \cdot \frac{\sin(k \cdot \frac{\tilde{\pi}}{3})}{k \cdot \omega} \right]$$

$$a_k = \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{\cos(k \cdot \tilde{\pi})}{k^2 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}} - \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{\cos(k \cdot \frac{\tilde{\pi}}{3})}{k^2 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}} - \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{T}{6} \cdot \frac{\sin(k \cdot \frac{\tilde{\pi}}{3})}{k \cdot \frac{2\pi}{T}}$$

$$a_k = \frac{2 \cdot h}{k^2 \cdot \tilde{\pi}^2} \cdot \left[\cos(k \cdot \tilde{\pi}) - \cos(k \cdot \frac{\tilde{\pi}}{3}) \right] - \frac{2 \cdot h}{3 \cdot k \cdot \tilde{\pi}} \cdot \sin(k \cdot \frac{\tilde{\pi}}{3})$$

$$a_1 = \frac{2 \cdot h}{\tilde{\pi}^2} \cdot (-1 - 0,5) - \frac{2 \cdot h}{3 \cdot \tilde{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -0,4877 \cdot h$$

$$a_2 = \frac{2 \cdot h}{4 \cdot \tilde{\pi}^2} \cdot (1 + 0,5) - \frac{2 \cdot h}{6 \cdot \tilde{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -0,0159 \cdot h$$

$$a_3 = \frac{2 \cdot h}{9 \cdot \tilde{\pi}^2} \cdot (-1 + 1) - \frac{2 \cdot h}{9 \cdot \tilde{\pi}} \cdot 0 = 0$$

$$a_4 = \frac{2 \cdot h}{16 \cdot \tilde{\pi}^2} \cdot (1 + 0,5) + \frac{2 \cdot h}{12 \cdot \tilde{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,0649 \cdot h$$

$$a_5 = \frac{2 \cdot h}{25 \cdot \tilde{\pi}^2} \cdot (-1 - 0,5) + \frac{2 \cdot h}{15 \cdot \tilde{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,0246 \cdot h$$

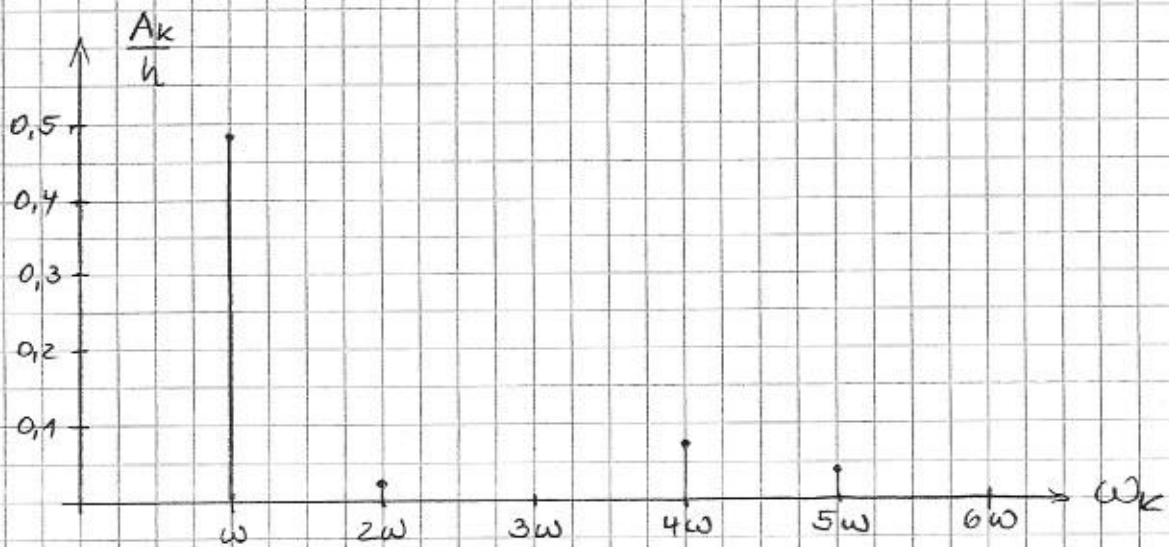
$$a_6 = \frac{2 \cdot h}{36 \cdot \tilde{\pi}^2} \cdot (1 - 1) + \frac{2 \cdot h}{18 \cdot \tilde{\pi}} \cdot 0 = 0$$

$$y(t) = \frac{4}{9} \cdot h + h \cdot \left[-0,4877 \cdot \cos(\omega \cdot t) - 0,0159 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + 0,0649 \cdot \cos(4 \cdot \omega \cdot t) + 0,0246 \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t) \dots \right]$$

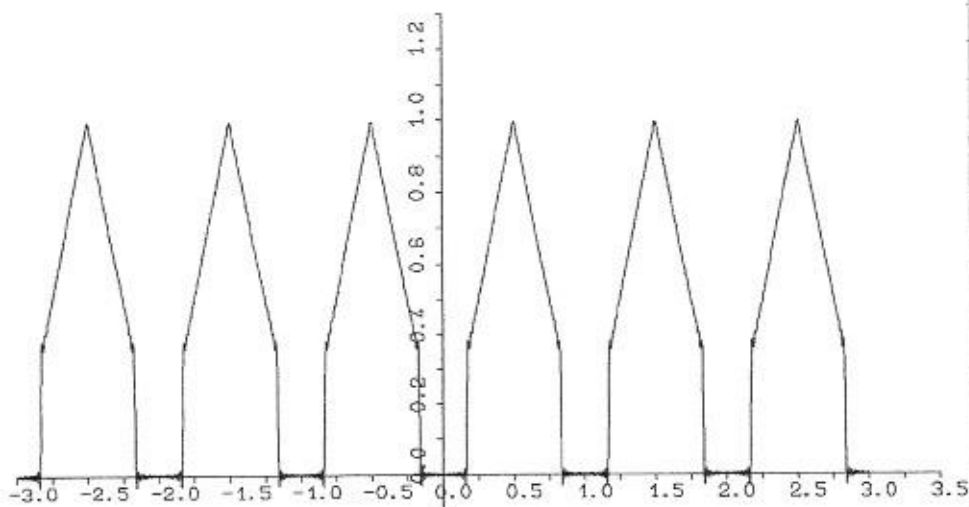
Amplitudenspektrum

2/3

$$A_k = \sqrt{a_k^2} = |a_k|$$



Auswertung der Fourierreihe: $h = 1,0$; $T = 1s$; 50 Harmonische



zu 1/

3/1

$$\Delta = \frac{1}{4} \cdot \ln \left[\frac{5 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} \right] = 0,229$$

$$D = \frac{\Delta}{\sqrt{4\pi^2 + \Delta^2}} = \frac{0,229}{\sqrt{4\pi^2 + 0,229^2}} = 0,0364$$

$$\omega_d = \frac{2\pi}{T_d} = \frac{2\pi}{0,123} = 52,36 \frac{1}{s}$$

$$\omega_0 = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-D^2}} = \frac{52,36 \frac{1}{s}}{\sqrt{1-0,0364^2}} = 52,39 \frac{1}{s}$$

$$d = 2 \cdot m \cdot D \cdot \omega_0 = 2 \cdot 500 \text{ kg} \cdot 0,0364 \cdot 52,39 \frac{1}{s}$$

$$d = 1907 \text{ kg} \cdot s^{-1}$$

$$c_{ges} = \omega_0^2 \cdot m = \left(52,39 \frac{1}{s} \right)^2 \cdot 500 \text{ kg} = 1372356 \frac{N}{m}$$

$$\text{zu 2/} \quad \Omega = \frac{2\pi \cdot 300 \text{ min}^{-1}}{60 \frac{s}{\text{min}}} = 31,42 \frac{1}{s}$$

$$\eta_1 = \frac{31,42 \frac{1}{s}}{52,39 \frac{1}{s}} = 0,6$$

$$\hat{x}_1 = \frac{1}{\sqrt{(1-0,6^2)^2 + 4 \cdot 0,0364^2 \cdot 0,6^2}} \cdot \frac{5000 \text{ N}}{1372356 \frac{N}{m}}$$

$$\hat{x}_1 = 0,00568 \text{ m} = 5,68 \text{ mm}$$

$$\varphi_1 = -\arctan \left(\frac{2 \cdot 0,0364 \cdot 0,6}{1-0,6^2} \right) = -0,068$$

$$\eta_2 = \frac{2 \cdot 31,42 \frac{1}{s}}{52,39 \frac{1}{s}} = 1,2$$

$$\hat{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{(1-1,2^2)^2 + 4 \cdot 0,0364^2 \cdot 1,2^2}} \cdot \frac{4000 \text{ N}}{1372356 \frac{\text{N}}{\text{m}}}$$

$$\hat{x}_2 = 0,00650 \text{ m} \hat{=} 6,50 \text{ mm}$$

$$\varphi_2 = -\arctan\left(\frac{2 \cdot 0,0364 \cdot 1,2}{1-1,2^2}\right) = -2,946$$

$$x(t) = 5,68 \text{ mm} \cdot \sin\left(31,42 \frac{1}{\text{s}} \cdot t - 0,068\right) + 6,50 \text{ mm} \cdot \sin\left(62,84 \frac{1}{\text{s}} \cdot t - 2,946\right)$$

zu 3) $\Omega = \omega_0$

$$n_1 = \frac{52,39 \frac{1}{\text{s}}}{2\pi} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} = 500,29 \text{ min}^{-1}$$

$$2 \cdot \Omega = \omega_0$$

$$n_2 = \frac{1}{2} \cdot 500,29 \text{ min}^{-1} = 250,14 \text{ min}^{-1}$$