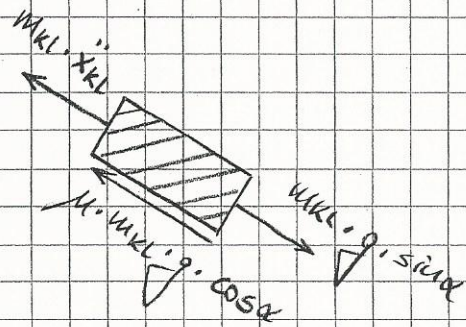


1)

a)

Klotz



$$\sum F_{it} = 0$$

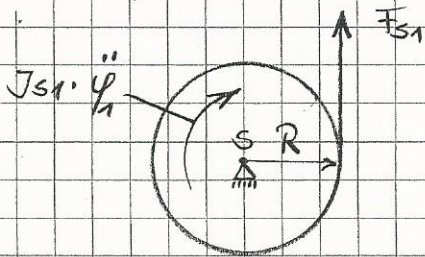
$$m_{KL} \cdot \ddot{x}_{KL} = m_{KL} \cdot g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)$$

$$\ddot{x}_{KL} = g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)$$

$$\ddot{x}_{KL} = 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot (0,5 - 0,2 \cdot 0,866)$$

$$\ddot{x}_{KL} = 3,206 \frac{m}{s^2}$$

b) Rolle 1

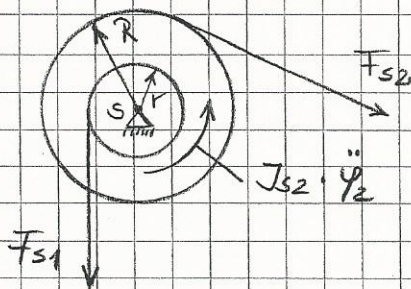


$$\sum M_{is} = 0$$

$$F_{S1} \cdot R - J_{S1} \cdot \ddot{\varphi}_1 = 0$$

$$F_{S1} = \frac{J_{S1}}{R} \cdot \ddot{\varphi}_1 \quad (1)$$

c) Rolle 2

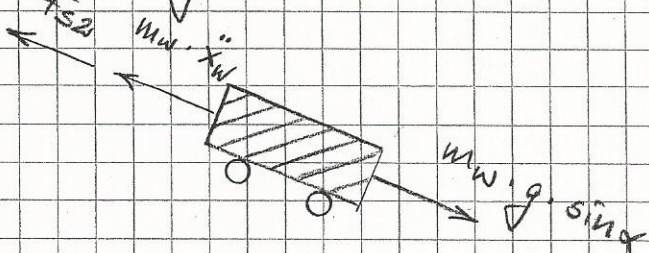


$$\sum M_{is} = 0$$

$$F_{S1} \cdot r + J_{S2} \cdot \ddot{\varphi}_2 - F_{S2} \cdot R = 0$$

$$F_{S1} = F_{S2} \cdot \frac{R}{r} - J_{S2} \cdot \frac{\ddot{\varphi}_2}{r} \quad (2)$$

d) Wagen



$$\sum F_{it} = 0$$

$$F_{S2} = m_W \cdot (g \cdot \sin \alpha - \ddot{x}_W) \quad (3)$$

c) Kinematik

$$\ddot{\varphi}_2 = \frac{\ddot{x}_W}{R} \quad (4)$$

$$\ddot{\varphi}_1 \cdot R = \ddot{\varphi}_2 \cdot r ; \ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}_2 \cdot \frac{r}{R} = \frac{\ddot{x}_W}{R^2} \cdot r \quad (5)$$

① und ③ in ②

$$J_{S1} \cdot \frac{\ddot{\varphi}_1}{R} = m_W \cdot (g \cdot \sin \alpha - \ddot{x}_W) \cdot \frac{R}{r} - J_{S2} \cdot \frac{\ddot{\varphi}_2}{r}$$

Mit ④ und ⑤

$$J_{S1} \cdot \ddot{x}_W \cdot \frac{r}{R^3} = m_W \cdot g \cdot \frac{R}{r} \cdot \sin \alpha - m_W \cdot \frac{R}{r} \cdot \ddot{x}_W - J_{S2} \cdot \frac{\ddot{x}_W}{R \cdot r}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot R^2 \cdot \frac{r}{R^3} \cdot \ddot{x}_W = m_W \cdot g \cdot \frac{R}{r} \cdot \sin \alpha - m_W \cdot \frac{R}{r} \cdot \ddot{x}_W - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot R^2 \cdot \frac{\ddot{x}_W}{R \cdot r}$$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \frac{r}{R} + m_W \cdot \frac{R}{r} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \frac{R}{r} \right) \cdot \ddot{x}_W = m_W \cdot g \cdot \frac{R}{r} \cdot \sin \alpha$$

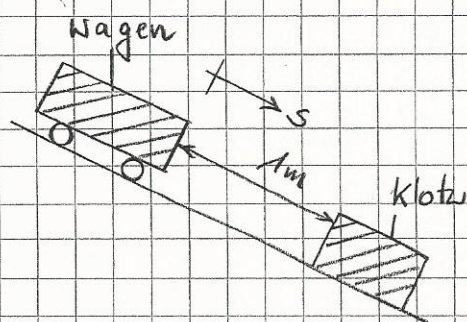
$$\ddot{x}_W = \frac{m_W \cdot g \cdot \frac{R}{r} \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \frac{r}{R} + m_W \cdot \frac{R}{r} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \frac{R}{r}}$$

$$\ddot{x}_W = \frac{40 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \cdot 20 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} + 40 \text{ kg} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 25 \text{ kg} \cdot 2}$$

$$\ddot{x}_W = 3,567 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2/

A1/3



$$s_W = \frac{1}{2} \cdot \ddot{s}_W \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3,567 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

$$s_{KL} = \frac{1}{2} \cdot \ddot{s}_{KL} \cdot t^2 + 1\text{m} = \frac{1}{2} \cdot 3,206 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 + 1\text{m}$$

Zusammenstoß: $s_W = s_{KL}$

$$\frac{1}{2} \cdot 3,567 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3,206 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 + 1\text{m}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1\text{m}}{3,567 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 3,206 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 2,354\text{s}$$

$$3/ \quad x_{KL} = \frac{1}{2} \cdot 3,206 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2,354\text{s})^2 = 8,88\text{m}$$

$$4/ \quad v_{KL} = \sqrt{2 \cdot \ddot{x}_{KL} \cdot x_{KL}} = \sqrt{2 \cdot 3,206 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot x_{KL}}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_{KL} \cdot v_{KL}^2 = \frac{1}{2} \cdot 30\text{kg} \cdot 2 \cdot 3,206 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot x_{KL}$$

$$E_{kin} = 96,18\text{N} \cdot x_{KL}$$

$$E_{kin}(x_{KL} = 8,88\text{m}) = 96,18\text{N} \cdot 8,88\text{m} = 854,08\text{N} \cdot \text{m}$$

zu 1/

A2/1

$$a) m \geq 2 \cdot f_N \cdot T$$

$$f_N = 2 \cdot f = 2 \cdot \frac{1}{T} = \frac{2}{0,25} = 10 \frac{1}{s}$$

$$m \geq 2 \cdot 10 \frac{1}{s} \cdot 0,25 = 4$$

$m = 5$ ist ausreichend

b/

i	t_i s	$F(t_i)$ N	$\sin\left(\frac{2 \cdot i \cdot \pi}{5}\right)$	$\sin\left(\frac{4 \cdot i \cdot \pi}{5}\right)$	$F_i \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot i \cdot \pi}{5}\right)$ N	$F_i \cdot \sin\left(\frac{4 \cdot i \cdot \pi}{5}\right)$ N
0	0	0	0	0	0	0
1	0,04	1244,95	0,9510	0,5878	1184	732
2	0,08	112,26	0,5878	-0,9510	66	-107
3	0,12	-112,26	-0,5878	0,9510	66	-107
4	0,16	-1244,95	-0,9510	-0,5878	1184	732
					2500	1250

$$b_1 = \frac{2}{5} \cdot 2500 = 1000$$

$$b_2 = \frac{2}{5} \cdot 1250 = 500$$

$$c) F(t) = 1000 \text{ N} \cdot \sin\left(10\pi \frac{1}{5} \cdot t\right) + 500 \text{ N} \cdot \sin\left(20\pi \frac{1}{5} \cdot t\right)$$

zu 2)

A2/2

$$C = \frac{12 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 406 \cdot 10^4 \text{mm}^4}{(2000 \text{mm})^2 \cdot (4 \cdot 2000 \text{mm} + 3 \cdot 4000 \text{mm})}$$

$$C = 127,89 \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 127890 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{127890 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{100 \text{kg}}} = 35,76 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\eta_1 = \frac{10 \cdot \pi}{35,76} = 0,88$$

$$w_1 = \frac{1}{\sqrt{(1-0,88^2)^2 + 4 \cdot 0,03^2 \cdot 0,88^2}} \cdot \frac{1000 \text{N}}{127,89 \frac{\text{N}}{\text{mm}}}$$

$$w_1 = 33,75 \text{mm}$$

$$\varphi_1 = -\arctan\left(\frac{2 \cdot 0,03 \cdot 0,88}{1-0,88^2}\right) = -0,2299$$

$$\eta_2 = \frac{20 \cdot \pi}{35,76} = 1,76$$

$$w_2 = \frac{1}{\sqrt{(1-1,76^2)^2 + 4 \cdot 0,03^2 \cdot 1,76^2}} \cdot \frac{500 \text{N}}{127,89 \frac{\text{N}}{\text{mm}}}$$

$$w_2 = 1,86 \text{mm}$$

$$\varphi_2 = -\arctan\left(\frac{2 \cdot 0,03 \cdot 1,76}{1-1,76^2}\right) = -3,0913$$

$$w(t) = 33,75 \text{mm} \cdot \sin\left(10\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot t - 0,2299\right)$$

$$+ 1,86 \text{mm} \cdot \sin\left(20\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot t - 3,0913\right)$$

zu 1)

$$\det \begin{bmatrix} 21177 - \omega^2 \cdot 240 & -20000 \\ -20000 & 60491 - \omega^2 \cdot 50 \end{bmatrix} = 0$$

$$(21177 - \omega^2 \cdot 240) \cdot (60491 - \omega^2 \cdot 50) - 20000^2 = 0$$

$$21177 \cdot 60491 - 21177 \cdot 50 \cdot \omega^2 - 60491 \cdot 240 \cdot \omega^2 + 240 \cdot 50 \cdot \omega^4 - 20000^2 = 0$$

$$\omega^4 - 1298,1 \cdot \omega^2 + 73418,2 = 0$$

$$\omega_{1/2}^2 = 649,05 \pm \sqrt{649,05^2 - 73418,2}$$

$$\omega_1^2 = 59,26 \frac{1}{s^2} ; \omega_2^2 = 1238,84 \frac{1}{s^2}$$

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} 59,26 \frac{1}{s^2} & 0 \\ 0 & 1238,84 \frac{1}{s^2} \end{bmatrix} \quad (\text{Spektralmatrix})$$

zu 2)

1. Eigenvektor

$$\begin{bmatrix} 6954,6 & -20000 \\ -20000 & 57528 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_{11} \\ \hat{\varphi}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{obere Gleichung: } 6954,6 \cdot \hat{\varphi}_{11} - 20000 \cdot \hat{\varphi}_{12} = 0$$

$$\hat{\varphi}_{12} = 0,3477 \cdot \hat{\varphi}_{11}$$

$$\text{untere Gleichung: } -20000 \cdot \hat{\varphi}_{11} + 57528 \cdot \hat{\varphi}_{12} = 0$$

$$\hat{\varphi}_{12} = 0,3477 \cdot \hat{\varphi}_{11}$$

$$\hat{\underline{\varphi}}_1 = \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_{11} \\ \hat{\varphi}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,0000 \\ 0,3477 \end{bmatrix}$$

2. Eigenvektor

$$\begin{bmatrix} -276144,6 & -20000 \\ -20000 & -1451 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_{21} \\ \hat{\varphi}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

obere Gleichung: $-276144,6 \cdot \hat{\varphi}_{21} - 20000 \cdot \hat{\varphi}_{22} = 0$

$$\hat{\varphi}_{21} = -0,0725 \cdot \hat{\varphi}_{22}$$

untere Gleichung: $-20000 \cdot \hat{\varphi}_{21} - 1451 \cdot \hat{\varphi}_{22} = 0$

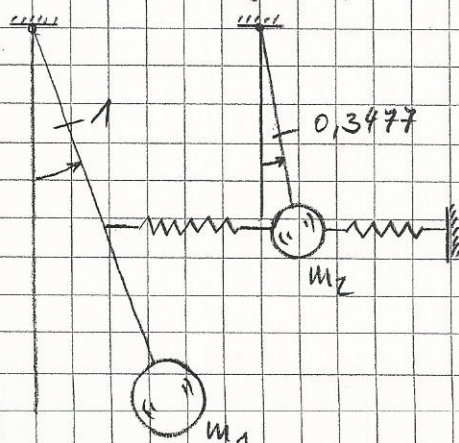
$$\hat{\varphi}_{21} = -0,0725 \cdot \hat{\varphi}_{22}$$

$$\hat{\underline{\varphi}}_2 = \begin{bmatrix} -0,0725 \\ 1,0000 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\phi} = \begin{bmatrix} 1,0000 & -0,0725 \\ 0,3477 & 1,0000 \end{bmatrix} \quad (\text{Modalmatrix})$$

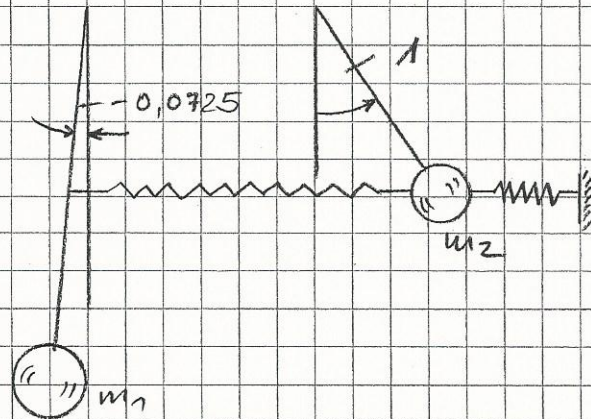
zu 3/

1. Eigenschwingungsform



2 Eigenschwingungsform

A3/B



zu 4)

$$\begin{bmatrix} 240 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0,3477 \end{bmatrix}$$

$$m_1^* = \begin{bmatrix} 1 & | & 0,3477 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 240 & | & 17,385 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 246,04 \end{bmatrix}$$

$$m_2^* = \begin{bmatrix} -0,0725 & | & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 240 & | & 0 \\ 0 & | & 50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,0725 \\ 1 \\ 51,26 \end{bmatrix}$$