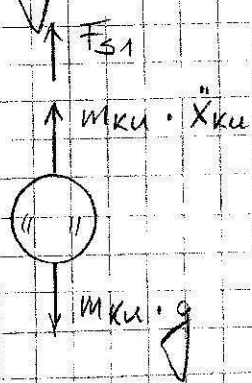


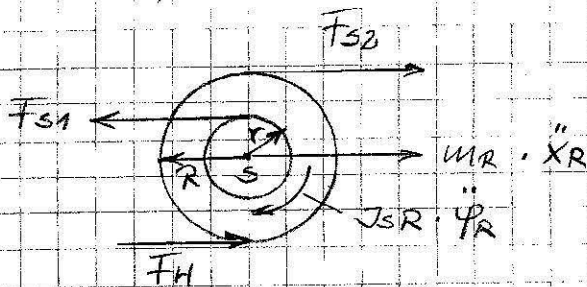
zu 1/

a) Kugel



$$F_{S1} = m_{Ku} \cdot (g - \ddot{x}_{Ku}) \quad (1)$$

b) Rolle



$$\sum F_{ix} = 0$$

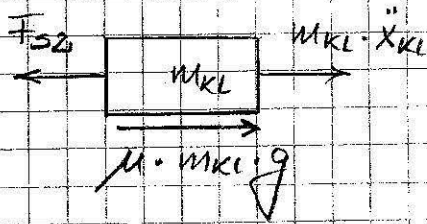
$$F_{S1} - F_{S2} - F_H - m_R \cdot \ddot{x}_R = 0$$

$$F_H = F_{S1} - F_{S2} - m_R \cdot \ddot{x}_R \quad (2)$$

$$\sum M_{is} = 0$$

$$F_{S1} \cdot r + F_H \cdot R - F_{S2} \cdot R - J_{SR} \cdot \ddot{\varphi}_R = 0 \quad (3)$$

c) Klotz



$$F_{S2} = m_{KL} \cdot (\ddot{x}_{KL} + \mu \cdot g) \quad (4)$$

d) Kinematik

$$\ddot{\varphi}_R = \frac{\ddot{x}_{Ku}}{R+r} \quad (5)$$

$$\ddot{x}_R = \ddot{\varphi}_R \cdot R = \ddot{x}_{Ku} \cdot \frac{R}{R+r} \quad (6)$$

$$\ddot{x}_{KL} = \ddot{\varphi}_R \cdot 2 \cdot R = \ddot{x}_{Ku} \cdot \frac{2 \cdot R}{R+r} \quad (7)$$

(2) in (3)

$$F_{S1} \cdot r + F_{S1} \cdot R - F_{S2} \cdot R - m_R \cdot R \cdot \ddot{x}_R - F_{S2} \cdot R - J_{SR} \cdot \ddot{\varphi}_R = 0$$

$$F_{S1} \cdot (R+r) - 2 \cdot R \cdot F_{S2} - m_R \cdot R \cdot \ddot{x}_R - \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot \frac{R^2}{R+r} \cdot \ddot{x}_{Ku} = 0$$

(1) und (4) einsetzen:

$$m_{Ku} \cdot g \cdot (R+r) - m_{Ku} \cdot \ddot{x}_{Ku} \cdot (R+r) - 2 \cdot R \cdot m_{KL} \cdot \ddot{x}_{KL} - 2 \cdot R \cdot \mu \cdot m_{KL} \cdot g - m_R \cdot R \cdot \ddot{x}_R - \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot \frac{R^2}{R+r} \cdot \ddot{x}_{Ku} = 0$$

Mit (6) und (7)

$$m_{Ku} \cdot g \cdot (R+r) - m_{Ku} \cdot \ddot{x}_{Ku} \cdot (R+r) - m_{KL} \cdot \ddot{x}_{Ku} \cdot \frac{4 \cdot R^2}{R+r} - 2 \cdot R \cdot \mu \cdot m_{KL} \cdot g - m_R \cdot \ddot{x}_{Ku} \cdot \frac{R^2}{R+r} - \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot \frac{R^2}{R+r} \cdot \ddot{x}_{Ku} = 0$$

$$\ddot{x}_{Ku} \cdot \left(m_{Ku} \cdot (R+r) + m_{KL} \cdot \frac{4R^2}{R+r} + m_R \cdot \frac{R^2}{R+r} + \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot \frac{R^2}{R+r} \right) = m_{Ku} \cdot g \cdot (R+r) - 2 \cdot R \cdot \mu \cdot m_{KL} \cdot g$$

$$\ddot{x}_{Ku} = \frac{m_{Ku} \cdot g \cdot (R+r) - 2 \cdot R \cdot \mu \cdot m_{KL} \cdot g}{m_{Ku} \cdot (R+r) + m_{KL} \cdot \frac{4R^2}{R+r} + m_R \cdot \frac{R^2}{R+r} + \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot \frac{R^2}{R+r}}$$

$$\ddot{x}_{Ku} = \frac{147,15 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} - 23,54 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}}{15 \text{ kg} \cdot \text{m} + 16 \text{ kg} \cdot \text{m} + 2,66 \text{ kg} \cdot \text{m} + 1,33 \text{ kg} \cdot \text{m}}$$

$$\ddot{x}_{Ku} = 3,53 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{x}_{KL} = 3,53 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{2 \cdot 0,2 \text{ m}}{0,3 \text{ m}} = 4,71 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{zu 2)} \quad \ddot{\varphi}_R = \frac{3,53 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,3 \text{ m}} = 11,77 \frac{1}{\text{s}^2}$$

$$\dot{\varphi} = \sqrt{2 \cdot 11,77 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot \pi} = 12,16 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\text{zu 3)} \quad F_{S1} = 50 \text{ kg} \cdot \left(9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 3,53 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 314 \text{ N}$$

$$F_{S2} = 30 \text{ kg} \cdot \left(4,71 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0,2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 200,16 \text{ N}$$

$$F_H = 314 \text{ N} - 200,16 \text{ N} - 20 \text{ kg} \cdot 3,53 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{0,2 \text{ m}}{0,3 \text{ m}}$$

$$F_H = 66,7 \text{ N}$$

$$\text{zu 4)} \quad F_H \leq \mu_0 \cdot m_R \cdot g$$

$$\mu_0 \geq \frac{F_H}{m_R \cdot g} = \frac{66,7 \text{ N}}{20 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,34$$

zu 1) $y(t)$ ist eine gerade Funktion $\Rightarrow b_k = 0$

a) Fourierkoeffizient a_0

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} y(t) \cdot dt$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{3}} \frac{3 \cdot h}{T} \cdot t \cdot dt + \frac{2}{T} \cdot \int_{\frac{T}{3}}^{\frac{T}{2}} h \cdot dt$$

$$a_0 = \frac{6h}{T^2} \cdot \left. \frac{t^2}{2} \right|_0^{\frac{T}{3}} + \frac{2 \cdot h}{T} \cdot \left. t \right|_{\frac{T}{3}}^{\frac{T}{2}}$$

$$a_0 = \frac{6 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{T^2}{18} + \frac{2 \cdot h}{T} \cdot \frac{T}{6} = \frac{1}{3} \cdot h + \frac{1}{3} \cdot h = \frac{2}{3} \cdot h$$

b) Fourierkoeffizienten a_k

$$a_k = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} y(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{3}} \frac{3 \cdot h}{T} \cdot t \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt + \frac{4}{T} \cdot \int_{\frac{T}{3}}^{\frac{T}{2}} h \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) \cdot dt$$

$$a_k = \frac{12 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \omega \cdot t)}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{t \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t)}{k \cdot \omega} \right] \Big|_0^{\frac{T}{3}} + \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) \Big|_{\frac{T}{3}}^{\frac{T}{2}}$$

$$a_k = \frac{12 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos(k \cdot \frac{2\pi}{3})}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{\frac{T}{3} \cdot \sin(k \cdot \frac{2\pi}{3})}{k \cdot \omega} - \frac{1}{k^2 \cdot \omega^2} \right] + \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \left[\sin(k \cdot \pi) - \sin(k \cdot \frac{2\pi}{3}) \right]$$

$$a_k = \frac{12 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{\cos(\frac{2 \cdot k \cdot \pi}{3})}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \sin(\frac{2 \cdot k \cdot \pi}{3}) - \frac{12 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{1}{k^2 \cdot \omega^2} - \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \sin(\frac{2 \cdot k \cdot \pi}{3})$$

$$a_k = \frac{12 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{1}{k^2 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}} \cdot \left[\cos(\frac{2 \cdot k \cdot \pi}{3}) - 1 \right]$$

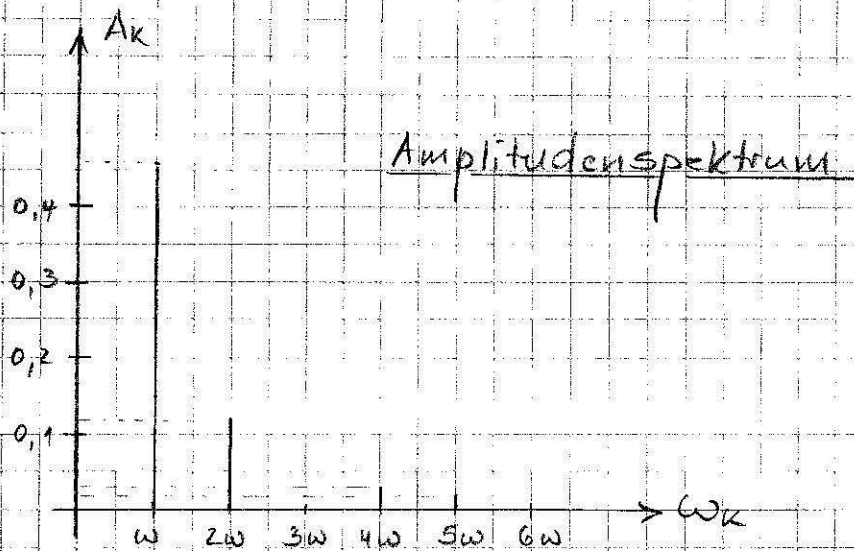
$$a_k = \frac{3 \cdot h}{k^2 \cdot \pi^2} \cdot \left[\cos(\frac{2 \cdot k \cdot \pi}{3}) - 1 \right]$$

K	$\cos(\frac{2 \cdot k \cdot \pi}{3})$	a_k
1	-0,5	-0,4559 · h
2	-0,5	-0,1140 · h
3	0	0
4	-0,5	-0,0285 · h
5	-0,5	-0,0182 · h
6	0	0

zu 2) $y(t) = \frac{2}{3} \cdot h - h \cdot \left[0,4559 \cdot \cos(\omega \cdot t) + 0,1140 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + 0,0285 \cdot \cos(4 \cdot \omega \cdot t) + 0,0182 \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t) + \dots \right]$

zu 3) $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ mit $b_k = 0$

$$A_k = \sqrt{a_k^2} = |a_k|$$



$$\text{zu 1)} \quad \frac{E \cdot I_y}{l^3} = \frac{2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 75,3 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}{(2000 \text{ mm})^3}$$

311

$$\frac{E \cdot I_y}{l^3} = 19,766 \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 19,766 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\det \begin{bmatrix} 1897536 - \omega^2 \cdot 800 & 300 \cdot \omega^2 \\ 1200 \cdot \omega^2 & 1897536 - \omega^2 \cdot 1200 \end{bmatrix} = 0$$

$$(1897536 - \omega^2 \cdot 800) \cdot (1897536 - \omega^2 \cdot 1200) - 300 \cdot 1200 \cdot \omega^4 = 0$$

$$1897536^2 - 2000 \cdot 1897536 \cdot \omega^2 + 800 \cdot 1200 \cdot \omega^4 - 300 \cdot 1200 \cdot \omega^4 = 0$$

$$500 \cdot 1200 \cdot \omega^4 - 2000 \cdot 1897536 \cdot \omega^2 + 1897536^2 = 0$$

$$\omega^4 - 6325,12 \cdot \omega^2 + 6001071,45$$

$$\omega_{1/2}^2 = 3162,56 \pm \sqrt{3162,56^2 - 6001071,45}$$

$$\omega_1^2 = 3162,56 - 2000,18 = 1162,38$$

$$\omega_1 = 34,09 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega_2^2 = 3162,56 + 2000,18 = 5162,74$$

$$\omega_2 = 71,85 \frac{1}{\text{s}}$$

zu 2) Eigenvektoren1. Eigenvektor

$$\begin{bmatrix} 967632 & 348714 \\ 1394856 & 502680 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{w}_{11} \\ \hat{w}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

obere Gleichung: $967632 \cdot \hat{w}_{11} + 348714 \cdot \hat{w}_{12} = 0$

$$\hat{w}_{11} = -0,360 \cdot \hat{w}_{12}$$

untere Gleichung: $1394856 \cdot \hat{w}_{11} + 502680 \cdot \hat{w}_{12} = 0$

$$\hat{w}_{11} = -0,360 \cdot \hat{w}_{12}$$

$$\hat{w}_1 = \begin{bmatrix} 0,360 \\ -1 \end{bmatrix}$$

2. Eigenvektor

$$\begin{bmatrix} -2232656 & 1548822 \\ 6195288 & -4297752 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{w}_{21} \\ \hat{w}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

obere Gleichung: $-2232656 \cdot \hat{w}_{21} + 1548822 \cdot \hat{w}_{22} = 0$

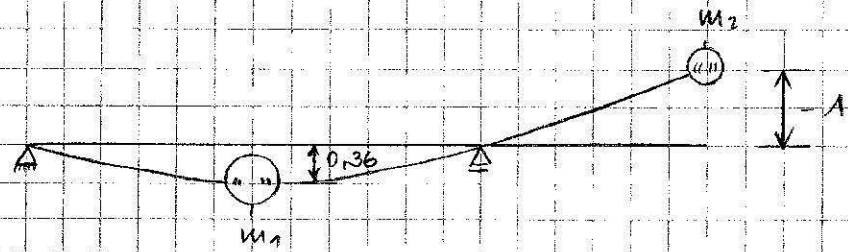
$$\hat{w}_{21} = 0,694 \cdot \hat{w}_{22}$$

untere Gleichung: $6195288 \cdot \hat{w}_{21} - 4297752 \cdot \hat{w}_{22} = 0$

$$\hat{w}_{21} = 0,694 \cdot \hat{w}_{22}$$

$$\hat{w}_2 = \begin{bmatrix} 0,694 \\ 1 \end{bmatrix}$$

zu 3)

1. Eigenvektor2. Eigenvektor